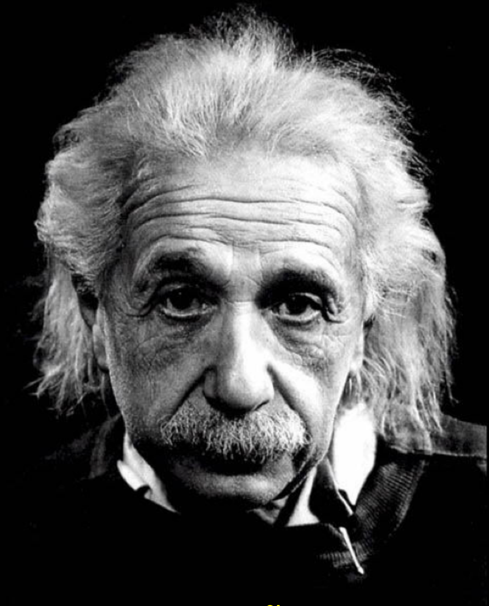
XII Jornadas de Enseñanza de la Física, Burgos, 2018



RELATIVIDAD: CIEN AÑOS DE PERSPECTIVA

Mariano Santander, Universidad de Valladolid

Falsedades urbanas sobre la relatividad especial

- Es una teoría esotérica e incomprensible
- Conduce a predicciones ‘ilógicas’ que atentan de tal manera contra nuestro ‘sentido común’ que no pueden ser ciertas
- No está ‘debidamente demostrada’
- Hay aún confusión en los aspectos básicos: hay paradojas, etc
  - ⋆ Internet: caveat emptor!

Malentendidos sobre la relatividad especial

- La relatividad especial tiene que ver, exclusivamente, con el electromagnetismo
- La relatividad especial no permite estudiar movimientos acelerados
- Poincaré entendió el problema antes que Einstein y debe considerarse como co-descubridor de la relatividad especial

Hechos ‘probados’ sobre la relatividad especial

- El nombre ‘relatividad’ es inadecuado
- La relatividad especial es la teoría que describe el espacio-tiempo en ausencia de campo gravitatorio
- El encadenamiento histórico de los descubrimientos difiere mucho del encadenamiento conceptual de las ideas desde el punto de vista actual
- Einstein no inventó ‘la *relatividad*’
  - ⋆ Hay más de una ‘relatividad’
- Si Einstein no hubiera encontrado la relatividad Especial, es razonable conjeturar que lo habría hecho alguna otra persona un poco de tiempo después

Falsedades urbanas sobre la relatividad general

- Es una teoría casi puramente matemática, cuyos efectos observables son despreciables
- Es una teoría irrelevante por completo para la vida cotidiana

Malentendidos sobre la relatividad general

- Como su nombre indica, es una teoría más general que la relatividad espacial
- Es drásticamente diferente de la gravitación de Newton
- Sólo en la teoría de la gravitación de Einstein hay curvatura del espacio-tiempo, pero no en la de Newton

Hechos ‘probados’ sobre la relatividad general

- Describe el espacio-tiempo en presencia de campo gravitatorio
  - ⋆ Sería muy preferible llamarla 'Teoría de Einstein de la Gravitación'
- Las matemáticas necesarias para describir por completo esta teoría son complicadas
- En 1915 no había ninguna discrepancia **importante** entre las observaciones astronómicas y las predicciones de la gravitación newtoniana
- Es una teoría en la que hacer experimentos puede ser imposible
  - ⋆ Pero se pueden hacer observaciones (que también pueden ser muy dfíciles), que pueden falsar la teoría Popper ...
- La década de 1960 fué un punto de inflexión en la tecnología necesaria
- Actualmente se trata de una teoría todas cuyas predicciones están corroboradas por observaciones, algunas con impresionante precisión
- Si Einstein no la hubiera encontrado en 1915, (conjeturalmente) no lo habría hecho ninguna otra persona en los siguientes 20 o 30 años

¿Qué es el Tiempo?

- En última instancia, la RE y la RG son nuestras mejores teorías para describir el Tiempo
- ¿Donde sucede todo? Existimos en el Espacio, Actuamos en el Tiempo.
- Espacio la arena donde los sucesos ocurren
  - ⋆ Geometría Euclídea Teoría física de las distancias
  - ⋆ ¿Es necesariamente correcta? ¿Es la única posible? La revolución no euclidiana
- Tiempo No sabemos definirlo. Podemos medir la duración de los procesos
  - ⋆ Ligado a la existencia de ciclos en la naturaleza Oscilaciones en el tiempo
  - ⋆ Sabemos medirlo con una precisión inhumana
  - ⋆ Definición de la unidad de tiempo A partir del periodo de cierta oscilación atómica (asociada a una transición entre niveles) de un atomo de ^{133}Cs

¿Es absoluto el Tiempo? Sí, en la Física Newtoniana

- Tiempo Propio La duración que mide un reloj que el observador lleva consigo
  - ⋆ Hecho experimental: Entre dos sucesos dados, dos observadores con movimientos diferentes registran el mismo tiempo propio
  - ⋆ Experimentalmente esto es así con una precisión muy grande
- Hipótesis del Tiempo Absoluto: se toma como categoría absoluta ese hecho experimental
  - ⋆ Desde Newton se aceptó la hipótesis del tiempo absoluto como algo cierto fuera de toda duda
  - ⋆ Un resumen cabal de la situación: Si hay diferencia entre los tiempos propios de observadores con historias diferentes entre dos sucesos dados, la diferencia está por debajo del nivel de precisión de los relojes disponibles.
    - ✓ Experiencia basada en observadores en las condiciones 'terrestres'

¿Es absoluto el Tiempo? No, según la Relatividad de Einstein

- Einstein (1905) Relatividad Especial y Einstein (1915) Relatividad General
- El Tiempo en la Naturaleza **no es absoluto** en el sentido Newtoniano
  - ⋆ La duración propia (el lapso de tiempo propio) que registran observadores que se mueven de maneras diferentes entre dos sucesos dados es **diferente**
  - ⋆ El valor máximo posible para este tiempo propio τ_0 corresponde al observador que se mueve entre los sucesos inicial y final **sin aceleración**
  - ⋆ Cualquier otro observador que se mueva de otra manera registra un tiempo propio τ **menor** que τ_0
    - ✓ Para velocidad constante v: $\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\tau_0 \approx \left(1 - \frac{v^2}{2c^2}\right)\tau_0$
  - ⋆ Si además hay un campo gravitatorio, dos observadores en posiciones diferentes en el campo y en reposo relativo registran también valores diferentes de tiempo propio Estar **más arriba** en un campo gravitatorio da un tiempo propio **mayor**
    - ✓ Para altura constante h: $\tau_2 = \sqrt{1 + \frac{2\Phi_{21}}{c^2}}\tau_1 \approx \left(1 + \frac{gh_{21}}{c^2}\right)\tau_1$

¿Es absoluto el Tiempo? Números, números ...

- Valores de las discrepancias en los tiempos propios
  - ⋆ Dependen de las velocidades relativas y de las diferencias de posición en el campo gravitatorio
  - ⋆ ¿Posible comprobación directa? Relojes con precisión relativa suficiente
- Discrepancias indetectables en nuestra vida cotidiana, en la Tierra
  - ⋆ Paseo, a 5 km/h, discrepancia relativa $\frac{v^2}{2c^2} \approx -10^{-17}$
  - ⋆ Mudanza de la calle a un piso 10° $h = 30$ m, discrepancia relativa $\frac{gh}{c^2} \approx +10^{-15}$
- Avión comercial $v \approx 1000$ km/h, $h \approx 10$ km, ambas discrepancias ('cinemática' y 'gravitatoria') de orden relativo 10^{-12}

Evolución de la precisión de la Medida del tiempo a lo largo de la historia

Hitos históricos	(Margen de imprecisión) Precisión relativa
Relojes mecánicos S. XIII	(2 horas en 1 día) $10\,\% = 10^{-1}$
Mejoras en el S. XIV (Escape de catalina)	(15 minutos por día) $\approx 10^{-2}$
Galileo (Diseño de un reloj de péndulo)	
Huygens (Volante y resortes)	(1,5 minutos por día) 10^{-3}

Premio de la Reina Ana (1714). Problema de la determinación de la longitud geográfica en los viajes por mar. Concedido a J. Harrison, un singular constructor de relojes.

J. Harrison (1720 a 1770s) Cuatro Relojes Marinos H1, H2, H3, H4.	
Impresionantes mejoras	(0,06 s por día) 10^{-6}
$\vdots$	$\vdots$
Relojes de Cuarzo	10^{-8} a 10^{-10}
Relojes atómicos de Cesio (1960s)	10^{-12} a 10^{-15}

Definición en curso de la unidad de tiempo del SI (1967). El segundo se define como la duración de 9 192 631 770 períodos de cierta oscilación atómica del ^{133}Cs

Relojes de Maser de H (1970s)	(1 s en 30 millones de años) 10^{-15} a 10^{-16}
Relojes atómicos de Cesio enfriado en trampas (1990s)	10^{-15} a 10^{-16}
Relojes cuánticos de Aluminio/Berilio enfriados en trampas laser (2010s)	10^{-17}

¿Cual es la situación experimental sobre la RE, ahora?

- Confirmaciones de la Relatividad Especial de Einstein: Cinemática y Dinámica

⋆ Dilatación temporal en Relatividad Especial	Incertidumbre experimental
Rossi y Hall (1941, vida media de muones)	50 %
Hafele y Keating (1971, relojes atómicos en avión)	3 %
Vessot y Levine (1979, relojes de Maser de H en cohete Scout)	0.007
Grieser (1994, Desplazamiento Doppler con 2 lasers)	7×10^{-7}

⋆ Energia versus momento (Dinámica Relativista)	Incertidumbre experimental
Kauffmann (1901-21, electrones de desintegración β)	Cualitativo
Grove y Fox (1953, protones)	10^{-3}
Longo (1987, neutrinos),	2×10^{-9}
Schaefer (1999, fotones),	6×10^{-21}

- Comprobaciones cotidianas en toda la tecnología electromagnética
- Comprobaciones cotidianas en los aceleradores

¿Cual es la situación experimental sobre la RE, ahora?

- Confirmaciones de la Relatividad Especial de Einstein en Electromagnetismo

⋆ Experimentos de tipo Michelson-Morley	Velocidad respecto del éter menor que
Michelson (1881)	21 km/s
Joos (1929)	3.1 km/s
Jaseja et al. (1964)	0.95 km/s
Brillet y Hall (1979)	0.015 km/s

⋆ Experimentos de tipo Kennedy-Thorndike	V respecto del éter menor que
Kennedy-Thorndike (1932)	15 km/s
Hills y Hall (1990)	50 m/s
Braxmaier, Péters et al (2002)	10 m/s

⋆ Experimentos de Medida del desplazamiento Doppler	V r. del éter menor que
Cedarholm (1958, maser y haces moleculares)	30 m/s
Isaak (1970, efecto Mössbauer)	0.05 m/s
Riis (1988, laser y haces atómicos)	0.9 m/s

⋆ Medidas 'directas' de la velocidad de la luz	Máxima anisotropía en c
Cole (1976, Interferometría de base muy grande)	70 m/s
Wolf y Petit (1997, Análisis datos del GPS)	0.6 m/s

¿Cual es la situación experimental sobre la RG, ahora?

• Igualdad de Masa Inercial y Masa Gravitatoria	Discrepancia relativa
Galileo (1610, péndulo)	$< 2 \times 10^{-3}$
Newton (1680, péndulo)	$< 10^{-3}$
Eötvös (1890, 1908, balanza de torsión)	$< 5 \times 10^{-8}, < 3 \times 10^{-9}$
Dicke (1964, balanza de torsión, Sol)	$< 3 \times 10^{-11}$
Braginski (1971, balanza de torsión, Sol)	$< 9 \times 10^{-13}$
Koester (1976, caida libre de neutrones)	$< 3 \times 10^{-4}$
Adelberger (2000, Eöt-Wash),	$< 10^{-13}$

Experiencias en curso o previstas	
APOLLO (Lunar Laser ranging),	10^{-14}?
STEP (caída libre en ISS)	entre 10^{-15} y 10^{-17}?

¿Cual es la situación experimental sobre la RG, ahora?

• Dilatacion 'gravitatoria' del tiempo	$\Delta\nu_{exp}/\Delta\nu_{teor}$
Adams, Moore (1925, desplazamiento al rojo de las lineas del H en Sirio)	$0{,}2-0{,}5$
Popper (1954, desplazamiento al rojo de las lineas del H en 40 Eridani B)	$1{,}2 \pm 0{,}3$
Pound y Rebka (1960, desplazamiento al rojo de rayos γ, Mössbauer)	$1{,}05 \pm 0{,}1$
Hafele y Keating (1972, relojes de cesio en un avión)	$0{,}9 \pm 0{,}1$
Alley (1979, relojes de cesio en un avión)	$1 \pm 0{,}02$
Vessot y Levine (1979, reloj de maser de H en un cohete)	$1 \pm 0{,}002$

• Deflexión de la luz por el campo gravitatorio del Sol	Desviación predicha: 1.75"
Eddington (1919, Sobral y Principe)	$1{,}98 \pm 0{,}16, \quad 1{,}16 \pm 0{,}4$
Univ de Texas (1973, Mauritania)	$1{,}66 \pm 0{,}19$

• Deflexión de ondas de radio de 3C279 por el campo gravitatorio del Sol	$\theta_{exp}/\theta_{teor}$
Radiotelescopio de Owens Valley (1970, Linea de base 1.07 km)	$1{,}01 \pm 0{,}11$
Westerbork (1975, 1Km)	$1{,}04 \pm 0{,}03$
Interferometría de base muy grande (VLBI) (1991, 10000 km)	$1{,}0001 \pm 0{,}0001$

¿Cual es la situación experimental sobre la RG, ahora?

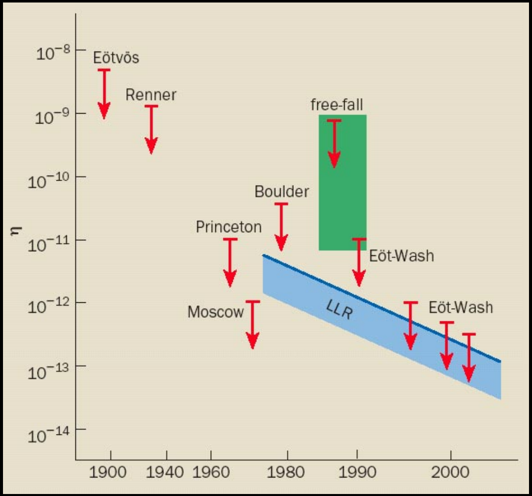
• Retraso de la luz (retraso del eco de radar)	$\Delta\tau_{exp}/\Delta\tau_{teor}$
Shapiro (1968, 1971; eco en Mercurio y Venus)	$1{,}02 \pm 0{,}05$
Reasenberg y Shapiro (1979, eco en la Viking)	$1{,}00 \pm 0{,}02$
Bertotti et al. (2003, paso de la Cassini-Huygens por Jupiter)	$1{,}00000 \pm 10^{-5}$

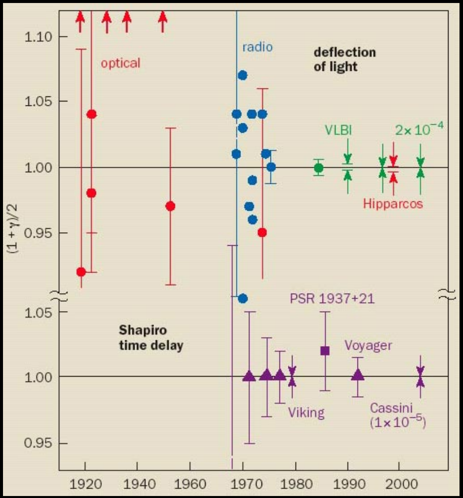
• Precesión del perihelio	Valor observado vs. Valor Predicho en arcsec/siglo	
Valor residual para Mercurio	$43{,}1 \pm 0{,}1$	$42,98$

• Precesión geodésica y gravimagnética de un giróscopo en órbita	Valor arcsec/año
Precesión de De Sitter (Gravity Probe B, 2005-2014)	6,6
Precesión gravimagnética de Lense-Thirring (Gravity Probe B, 2005-2014)	42×10^{-3}

• Ondas Gravitatorias	Valores de h en las ondas observadas
LIGO, Virgo (2015-2017)	$h \approx 10^{-21}$

El progreso en la precisión de los experimentos/observaciones en el S. XX





- 'Evolucion temporal' de la precisión en la verificación experimental de algunos aspectos básicos durante el S. XX
  - ⋆ a) El principio de equivalencia débil
  - ⋆ b) Algunas predicciones de la Relatividad General: la deflexión de la luz y el retraso del eco de radar

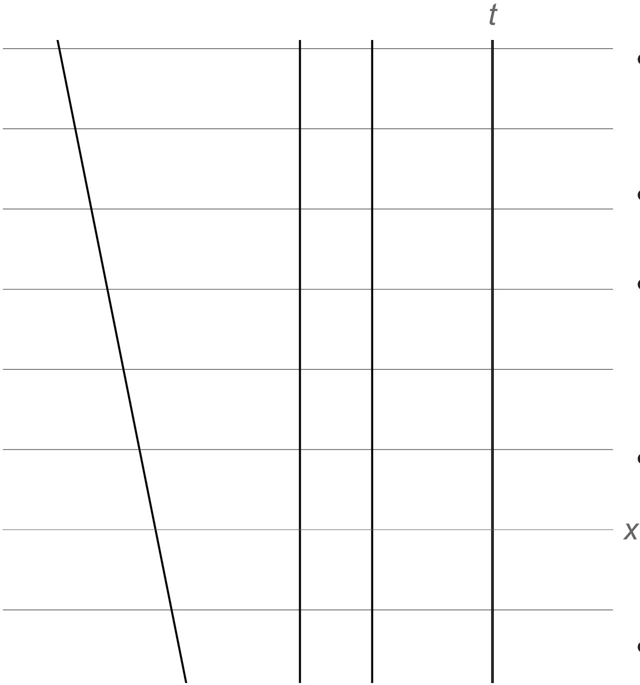
A modo de resumen

- Tiempo absoluto $\longrightarrow$ Tiempo propio
  - ⋆ Tiempo propio corresponde a la idea de Duración a lo largo de cada 'historia'
  - ⋆ Análogo euclidiano: la longitud a lo largo de un camino
- Hay una geometría de las duraciones en el espacio-tiempo
  - ⋆ Todo lo que le ocurra al espacio está acompañado por algo similar que le ocurre al tiempo **(Relatividad como perspectiva en el ET).**
- La nueva geometría del espacio-tiempo (cinemática) implica modificar la dinámica:
  - ⋆ La resistencia de un cuerpo a ser acelerado depende de la velocidad
  - ⋆ Nueva relación Energía-momento-masa
    - ✓ Para partículas de masa m: $E^2 = c^2\mathbf{p}^2 + m^2c^4$. En reposo: $E = mc^2$
    - ✓ Para fotones: $E^2 = c^2\mathbf{p}^2$
  - ⋆ Las leyes de conservación de energía y momento no son independientes

Tests Experimentales/observacionales de la Teoría de la Relatividad

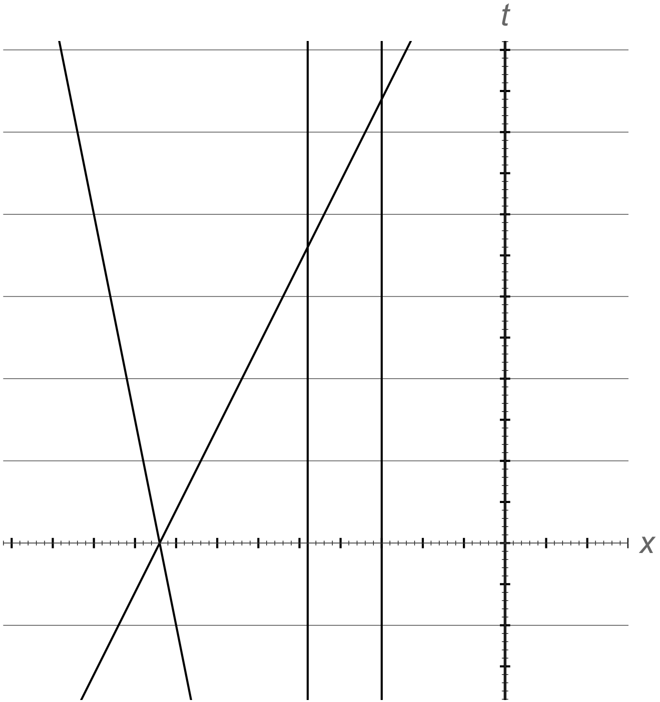
- Ninguna evidencia de que la teoría sea incorrecta
- Experimentos / observaciones posibles dependen de la tecnología existente

Un 'mapa' del Espacio-Tiempo



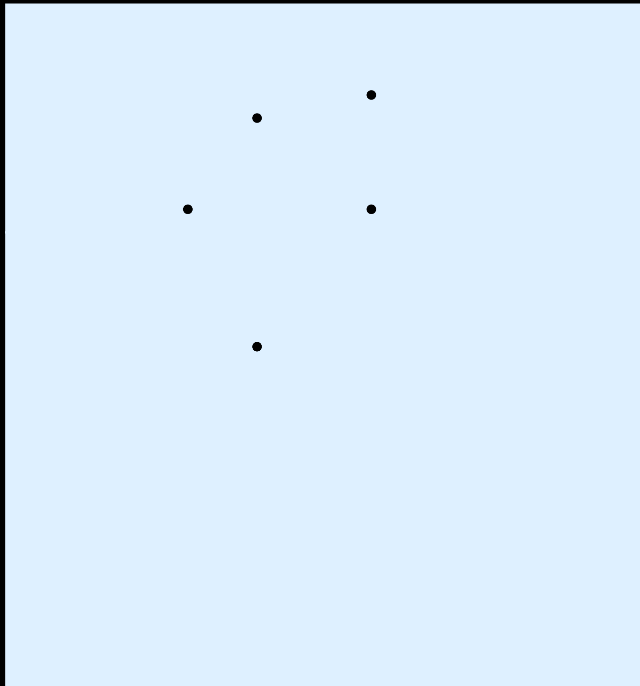
- Puntos en el diagrama: sucesos
  - ⋆ Universo: conjunto de todos los sucesos
- Líneas horizontales: Espacio ordinario
- Líneas no horizontales: Movimientos de partículas puntuales en el espacio
  - ⋆ Avance en el tiempo
- Relaciones entre sucesos
  - ⋆ Simultaneidad
  - ⋆ Simulocación
    - ✓ ¿Absolutas o relativas?
- Hipótesis del tiempo absoluto

Relojes/Duraciones y Reglas/Distancias



- Relojes miden la duración a lo largo de su 'línea de universo' (de su 'historia')
  - ⋆ Cada observador tiene 'su' reloj, que marca 'su tiempo propio'
- Duración es una 'longitud' en el espacio-tiempo
- Consecuencias de la hipótesis del Tiempo absoluto
  - ⋆ Simultaneidad es Absoluta
  - ⋆ Simulocación es Relativa

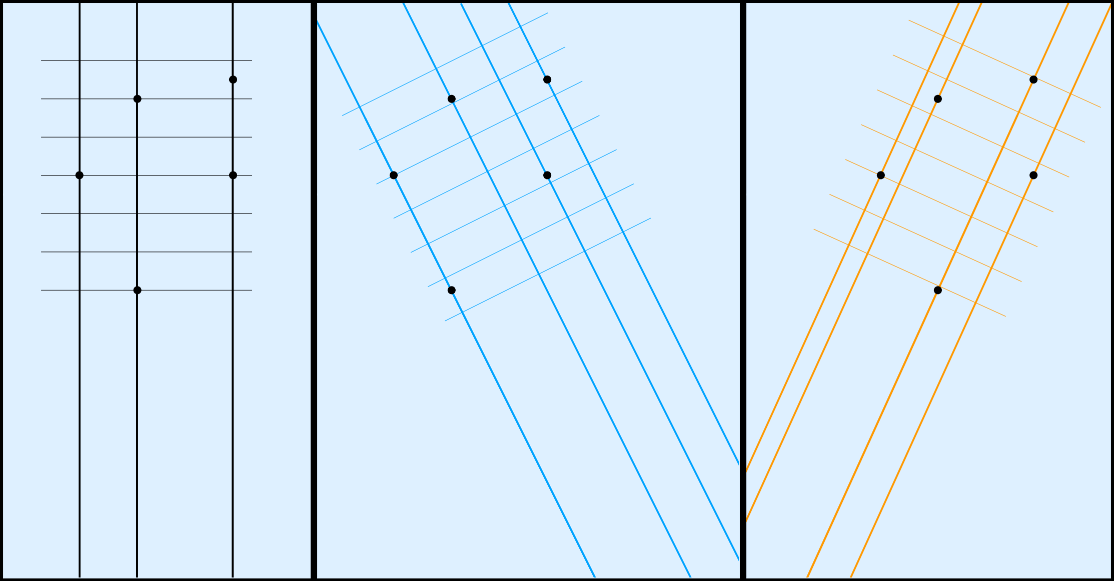
Perspectiva en el Espacio ordinario



✓ Diagramas en el espacio ordinario tendrán siempre fondo azul claro

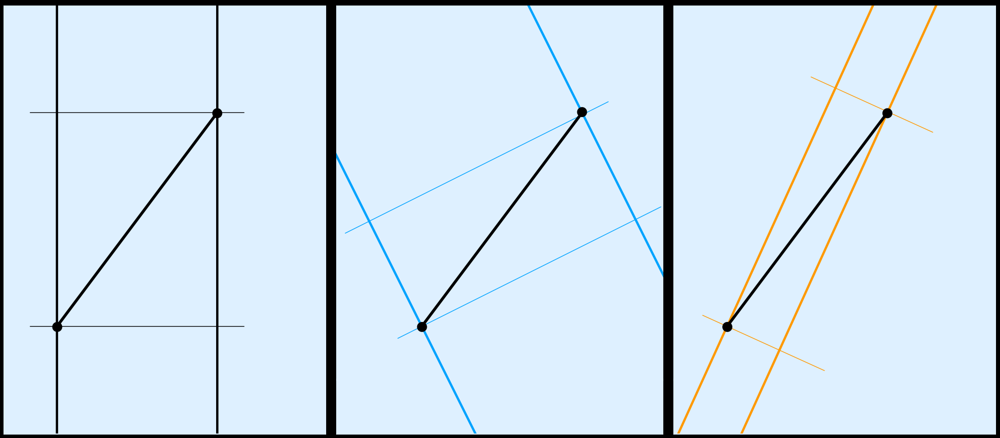
Cada perspectiva establece relaciones entre puntos en el espacio ordinario

- Cada perspectiva determina dos valores: Lateralidad / Alejamiento
  - ⋆ Dos relaciones básicas: isolateralidad, isoalejamiento
  - ⋆ Las dos relaciones dependen de la perspectiva escogida: **No son absolutas**



¿Hay relaciones absolutas en el espacio ordinario?

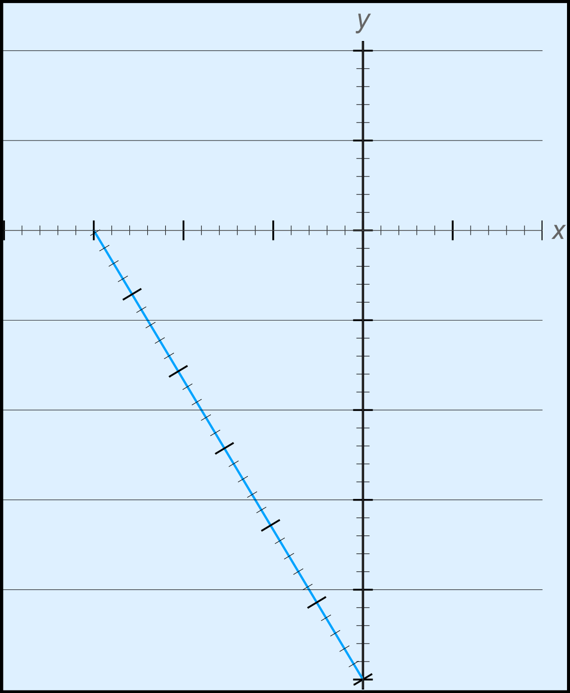
- Distancias y Ángulos son los mismos para todos los 'observadores'
- Cada perspectiva origina un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales
  - ⋆ a alejamiento, b lateralidad



  - ⋆ Triángulo rectángulo: catetos $(a_2 - a_1), (b_2 - b_1)$, hipotenusa d
- Teorema de Pitágoras $d^2 = (a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2$
  - ⋆ Relación válida, indistintamente, para todas las perspectivas

¿Se 'alarga' el espacio cuando se avanza al bies? I

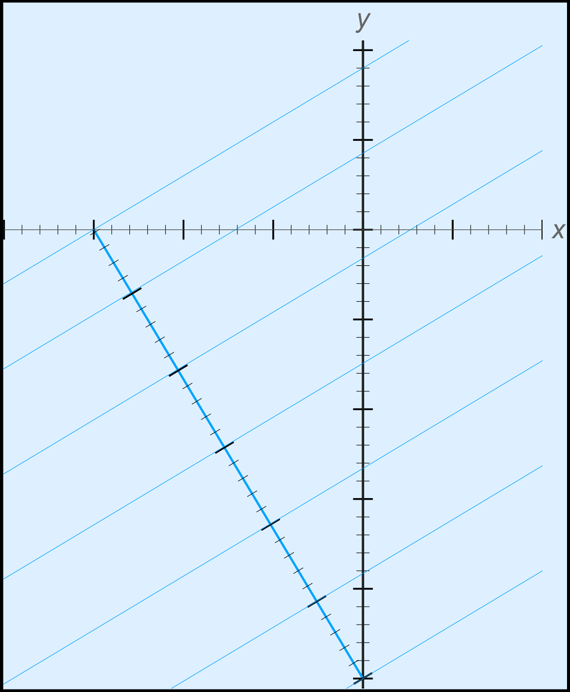
- Por delante de mí, en el mismo frente que yo, por detrás de mí (para Negro)



- Cuando Negro ha avanzado $d = 25$,
- Azul llega a su mismo frente ('le alcanza') tras recorrer $\delta \approx 29$
  - ⋆ $\delta = \sqrt{(1 + \frac{x^2}{d^2})}\ d$
- ¿Se ha 'alargado' el espacio para Azul?

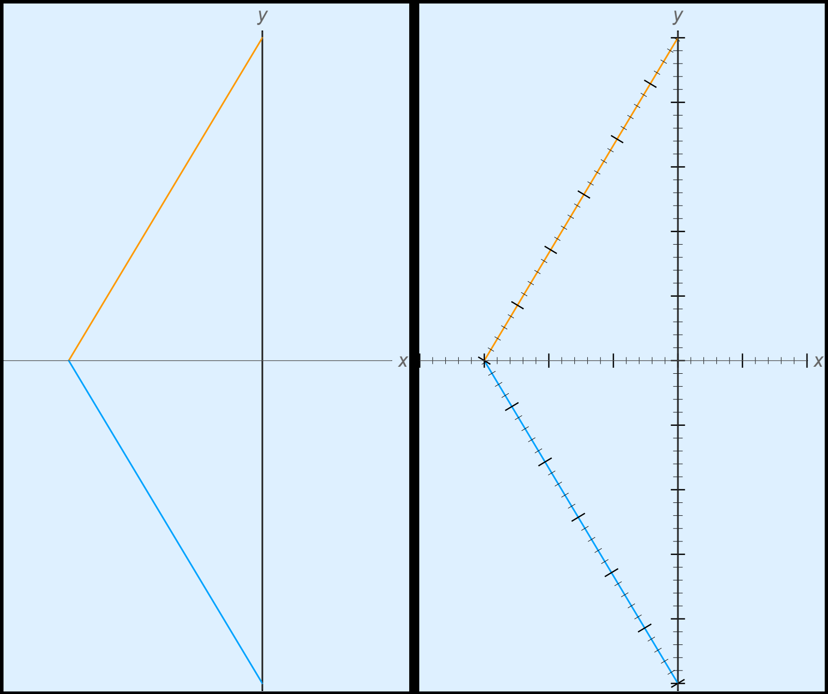
¿Se 'alarga' el espacio cuando se avanza al bies? II

- Por delante de mí, en el mismo frente que yo, por detrás de mí (para Azul)



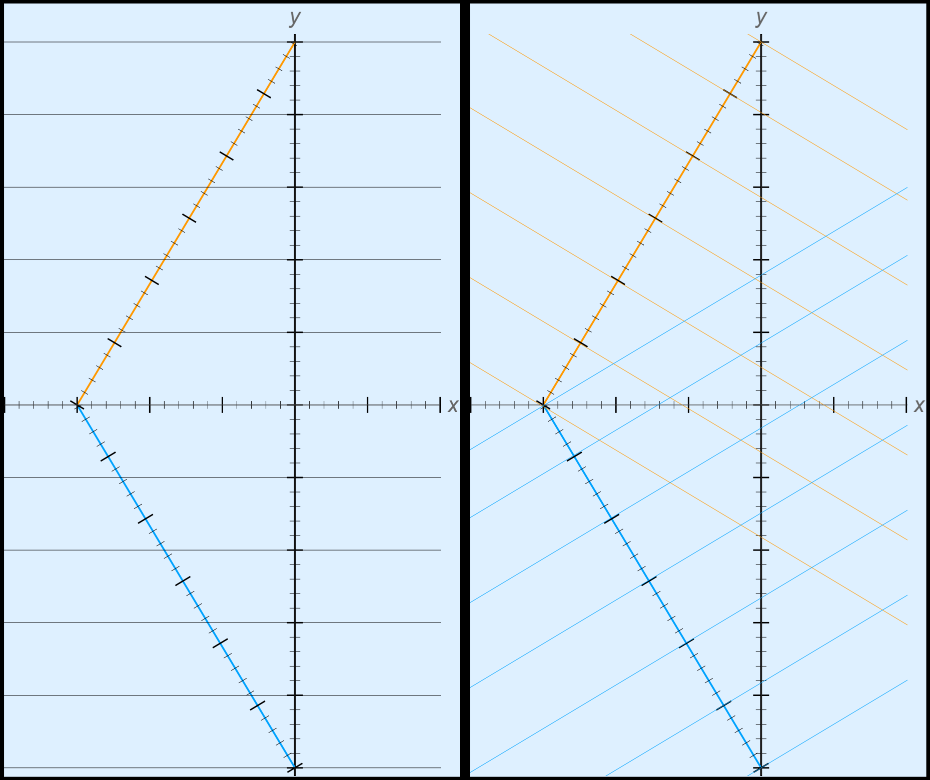
- Cuando Azul ha avanzado $\delta \approx 29$,
- Negro llega a su mismo frente ('le alcanza') solo tras recorrer $d \approx 34$
- ¿Se ha 'alargado' el espacio para Negro?

Longitudes de dos caminos con los mismos extremos

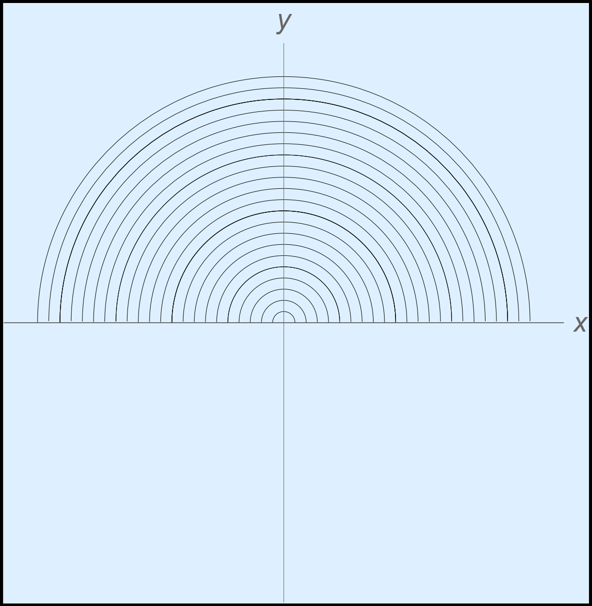


- El camino quebrado es más largo Se trata de un hecho absoluto.

Los puntos de vista de Negro y de Azul/Naranja

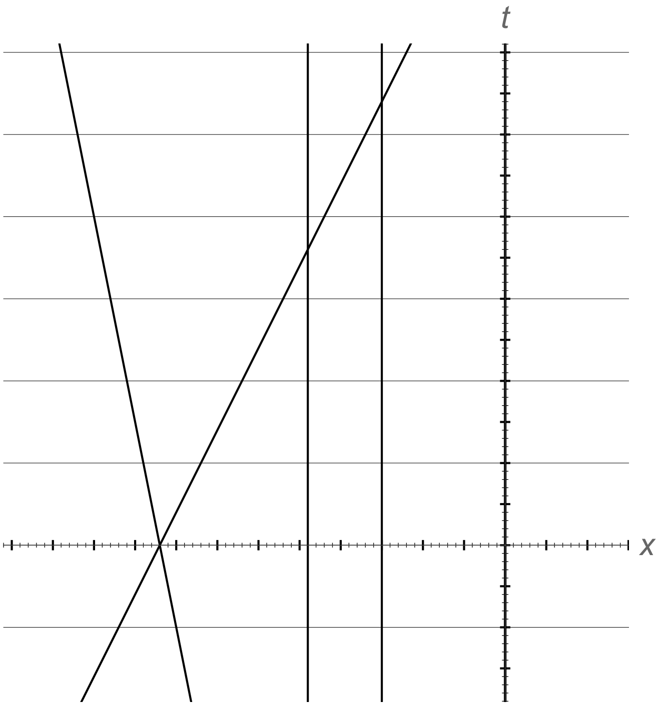


El Teorema de Pitágoras: el corazón de la geometría euclidea



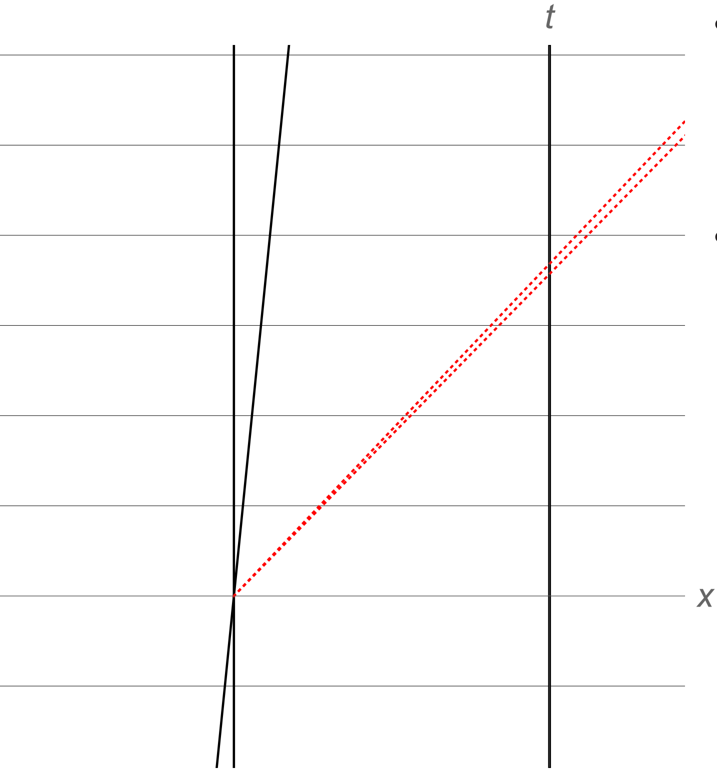
- Regla para leer las distancias en la geometría ordinaria
- Teorema de Pitágoras $\quad d^2 = y^2 + x^2$

¿Cómo se comportan en la Naturaleza las Duraciones y las Distancias



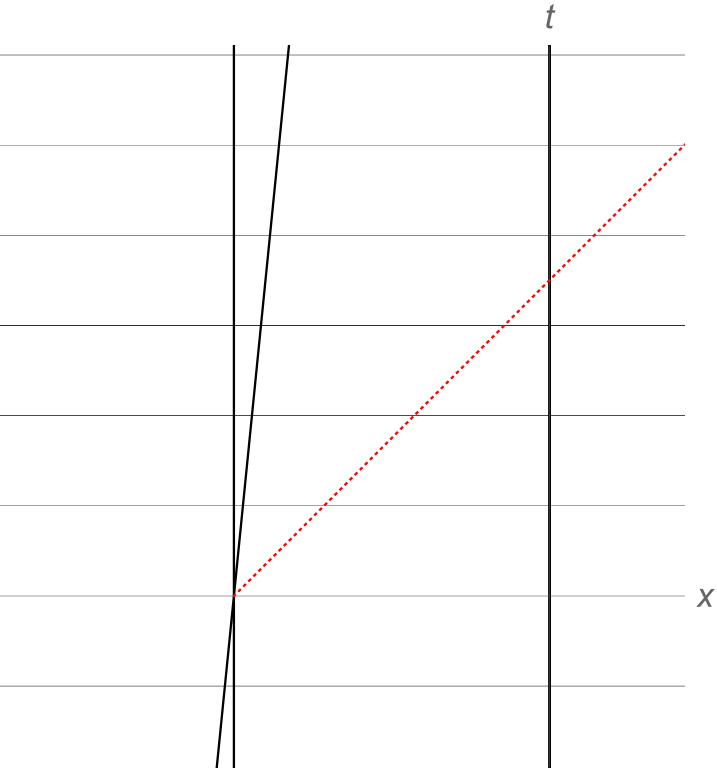
- Creemos que en la Naturaleza la Hipótesis del tiempo absoluto no es exactamente correcta
  - ⋆ Solo es aproximada en ciertas circunstancias
- Consecuencias
  - ⋆ Simultaneidad es Relativa
  - ⋆ Simulocación es Relativa
- Analogía con alejamiento / lateralidad
- ¿Son las matemáticas del Espacio-tiempo análogas a las del Espacio euclideo?

Cómo se comportaría la luz en la hipótesis del tiempo absoluto



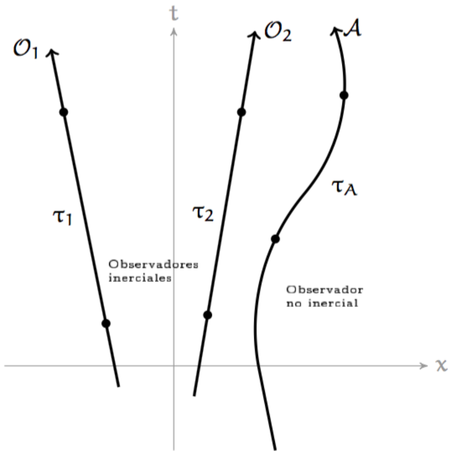
- La luz se mueve a velocidad finita
  - ⋆ Líneas de Universo de la luz representadas en rojo punteado/ondulado
- Lo que se esperaría en la hipótesis del tiempo absoluto:
  - ⋆ Que la luz emitida en un suceso dado desde dos observadores que se muevan a velocidades diferentes, se propagara a diferentes velocidades

Cómo se comporta la luz realmente en la Naturaleza



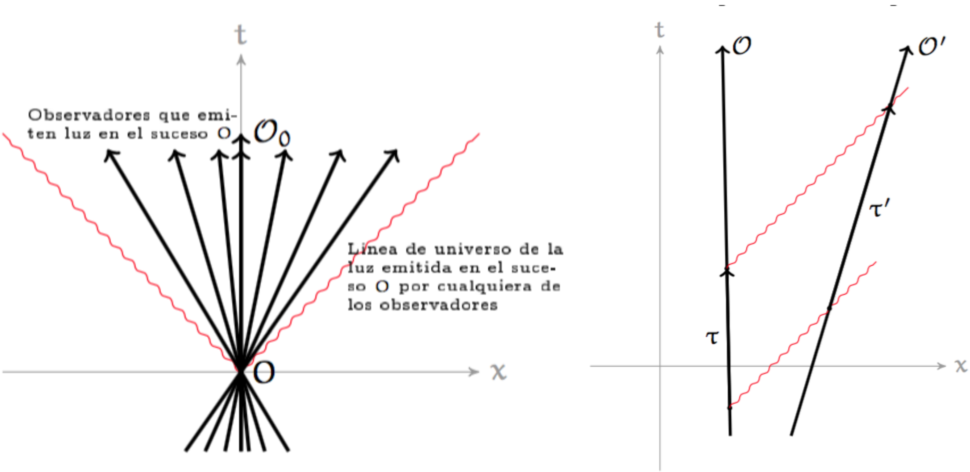
- Lo que ocurre realmente
  - ⋆ La luz emitida desde dos observadores que se mueven a velocidades diferentes, se propaga siempre a la misma velocidad
- La luz se propaga por ‘carriles’ preestablecidos en el Espacio-Tiempo
  - ⋆ Por cada suceso y en cada dirección espacial hay un solo ’carril’

Minicurso sobre Cálculo K: 1



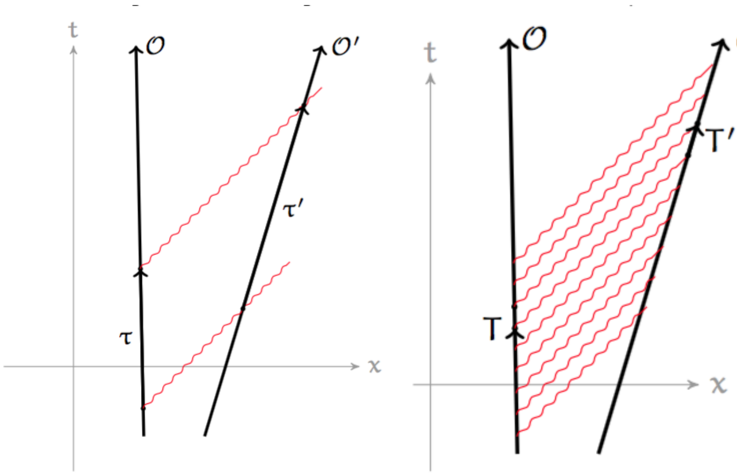
- ¿Como relacionar los tiempos propios de observadores diferentes?
- Cálculo K Bondi, 1960s
  - ⋆ Origen en Cosmología (Milne 1930s) y en el Radar
- Condiciones:
  - ⋆ Ausencia de campo gravitatorio (RE)
  - ⋆ Movimientos en una dimensión espacial

Minicurso sobre Cálculo K 2: Las Hipótesis L y K



- Dos hipótesis
  - ⋆ Hipótesis L Desde cada suceso y en cada dirección la luz se propaga de una sola manera, independiente del estado de movimiento del emisor
  - ⋆ Hipótesis K En la situación del diagrama, entre las duraciones τ, τ' hay la relación $\tau' = k\ \tau$ con el factor k dependiente solo de la velocidad de acercamiento o alejamiento entre los dos observadores $\mathcal{O}$, $\mathcal{O}'$

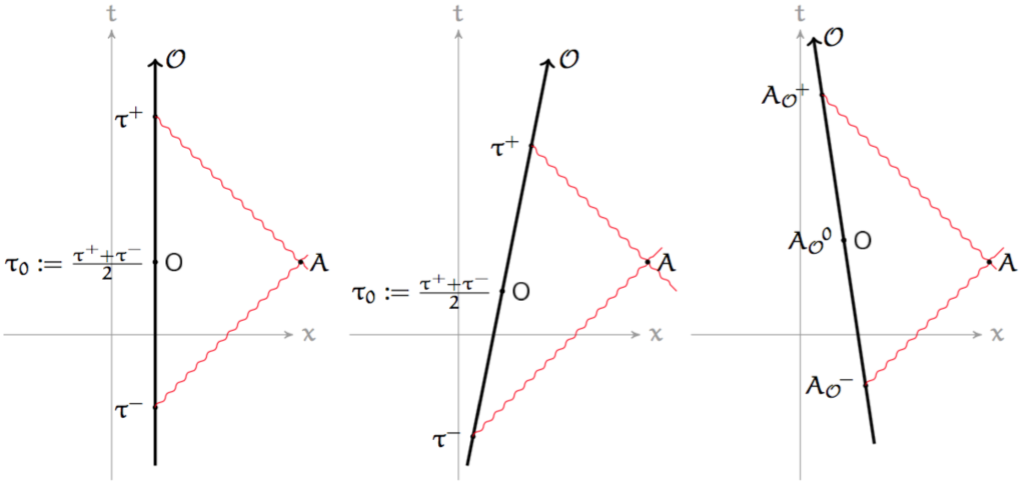
Minicurso sobre Cálculo K 3: Cálculo K como cálculo Doppler



- Formulación equivalente: Doppler para la luz
  - ⋆ Para los períodos de una onda monocromática $T' = k\, T$.
  - ⋆ Para las frecuencias $\nu' = (1/k)\ \nu$
- El cálculo K puede verse, alternativamente, como describiendo el cambio de frecuencia de un haz de luz monocromática cuando se observa en movimiento relativo con respecto al emisor

Minicurso sobre Cálculo K 4: Simultaneidad

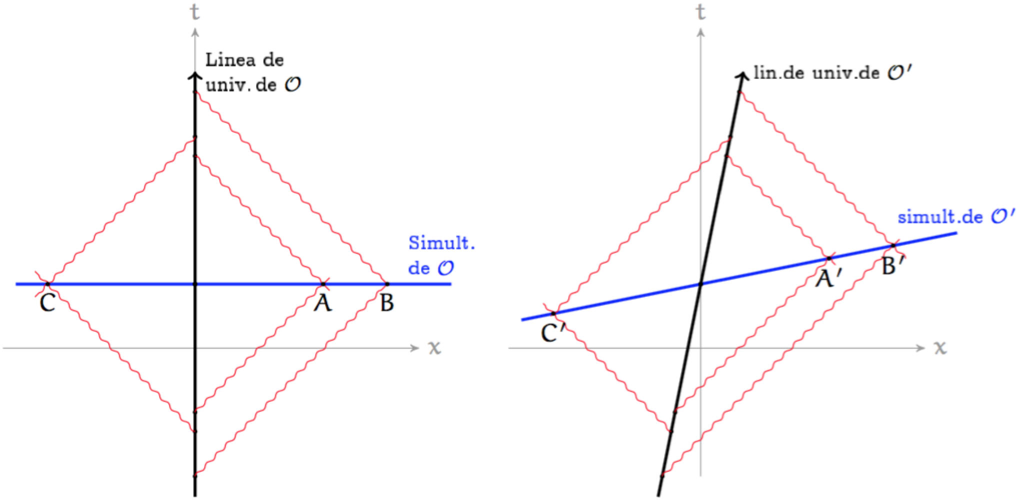
- Definición (convencional, Einstein) de simultaneidad



- Definición de simultaneidad Si A es un suceso que ocurre fuera de la vida de $\mathcal{O}$, se declara simultaneo con A el suceso en la vida de $\mathcal{O}$ que ocurre a la mitad de duración entre la emisión de una señal luminosa que alcanza A y la recepción por $\mathcal{O}$ del rebote de esa señal

Minicurso sobre Cálculo K 5: La simultaneidad no es absoluta

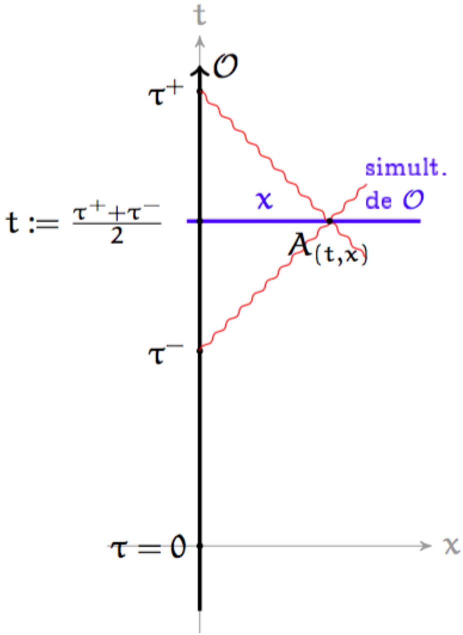
- La simultaneidad no es absoluta
  - ⋆ Cada observador tiene la suya

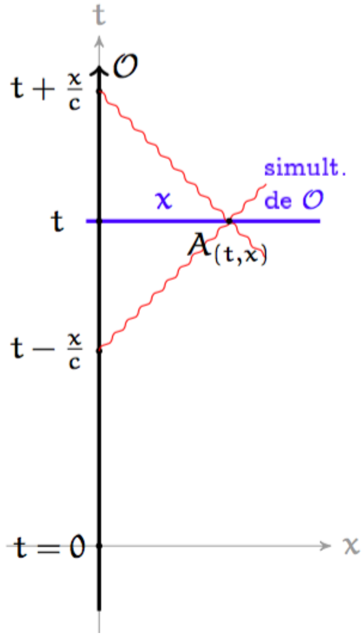


- Simultaneidad y Simulocación son relaciones relativas
- Analogía directa con la perspectiva en el espacio euclideo

Minicurso sobre Cálculo K 6: De las coordenadas de radar a las habituales

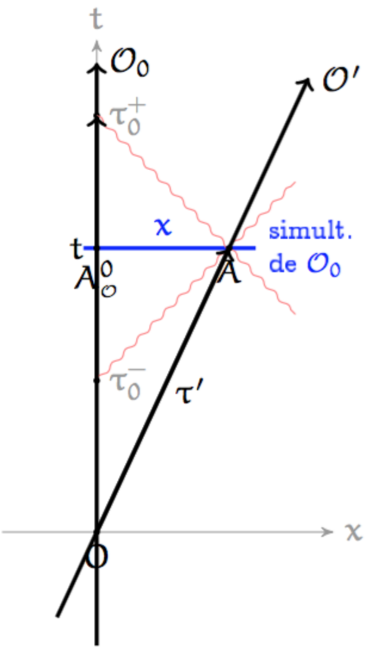
- De las coordenadas de radar τ^-, τ^+ a las coordenadas 'galileanas' t, x





$$t := \frac{\tau^+ + \tau^-}{2}, \quad x := c\frac{\tau^+ - \tau^-}{2}$$

Minicurso sobre Cálculo K 7: Relación entre el factor k y la velocidad v



- $\mathcal{O}'$ es el observador que pasa por O y por A
  - ⋆ Velocidad: $v = \dfrac{x}{t} = c\,\dfrac{\tau_0^+ - \tau_0^-}{\tau_0^+ + \tau_0^-}$
  - ⋆ Cálculo K: $\begin{cases} \tau' = k\,\tau_0^- \\ \tau_0^+ = k\,\tau' \end{cases}$

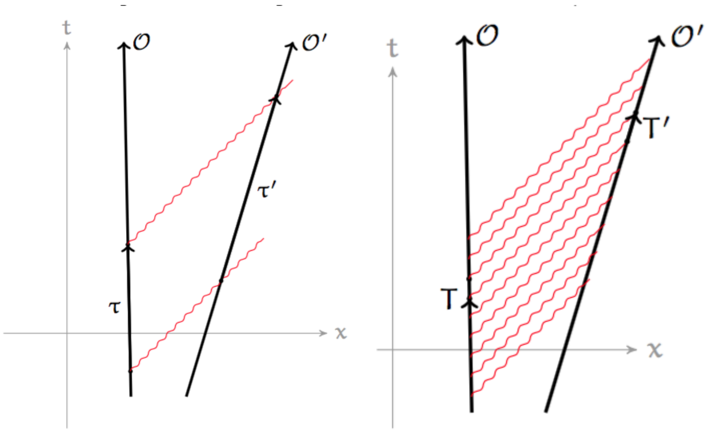
$$\frac{v}{c} = \frac{\tau_0^+ - \tau_0^-}{\tau_0^+ + \tau_0^-} = \frac{k\,\tau' - \frac{\tau'}{k}}{k\,\tau' + \frac{\tau'}{k}} = \frac{k - \frac{1}{k}}{k + \frac{1}{k}} = \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1}$$

  - ⋆ Relación que invertida, queda:

$$k = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

  - ⋆ Se toma v positiva cuando los dos observadores se alejan, negativa cuando se acercan

Minicurso sobre Cálculo K 8: Mayoría de edad del cálculo K

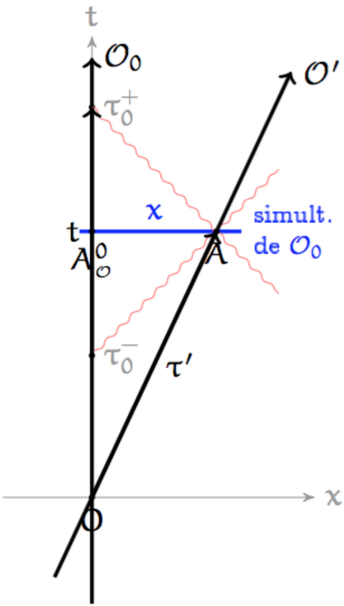


- Resultado final: si $\mathcal{O}'$ se aleja de $\mathcal{O}$ con velocidad v
  - ⋆ Para los tiempos propios $\tau' = \sqrt{\dfrac{1+v/c}{1-v/c}}\,\tau.$
  - ⋆ Para los períodos de una onda monocromática $T' = \sqrt{\dfrac{1+v/c}{1-v/c}}\,T.$
  - ⋆ Para las frecuencias $\nu' = \sqrt{\dfrac{1-v/c}{1+v/c}}\,\nu$

Minicurso sobre Cálculo K 9: La 'fórmula' de la Relatividad Especial

- En el diagrama, la 'fórmula básica' de la RE se leería $\tau' = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\; t$

✓ El cálculo k nos da esa relación, sino otra entre τ_0^- y τ', $\tau' = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\; \tau_0^-$



- ¿Se puede derivar la 'fórmula básica' con el cálculo k?

⋆ Cálculo k $\begin{cases} \tau' = k\tau_0^- \\ \tau_0^+ = k\tau' \end{cases}$, $\qquad k = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}$

⋆ En la definición de t en términos de τ_0^- y τ_0^+ se reemplaza usando las relaciones anteriores

$$t = \frac{\tau_0^+ + \tau_0^-}{2} = \frac{k^2\tau_0^- + \tau_0^-}{2} = \frac{k^2+1}{2}\tau_0^-$$

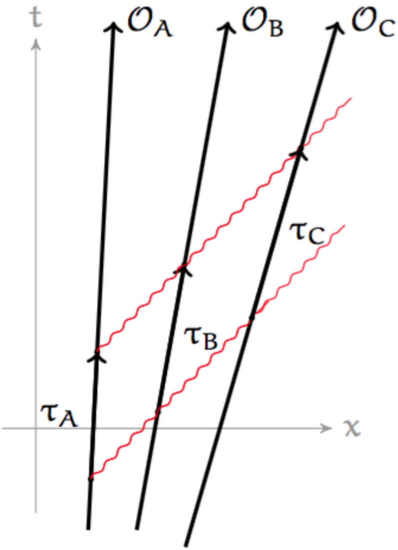
⋆ Operando

$$\tau' = \frac{2k}{k^2+1} t = \cdots = \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\; t$$

⋆ Esencial: Relación relativa a la simultaneidad de $\mathcal{O}_0$

⋆ Hay en esa relación una asimetría inherente a nuestra descripción: Simultaneidad de $\mathcal{O}_0$, no de $\mathcal{O}'$

Minicurso sobre Cálculo K 10: La composición de velocidades



- ¿Cómo se combinan las velocidades colineales?
  - ⋆ Para los factores k

$$\tau_B = k_{BA}\tau_A,$$
$$\tau_C = k_{CB}\tau_B,$$
$$\tau_C = k_{CA}\tau_A$$

  - ⋆ Factores k combinan multiplicativamente:

$$k_{CA} = k_{CB}\,k_{BA}$$

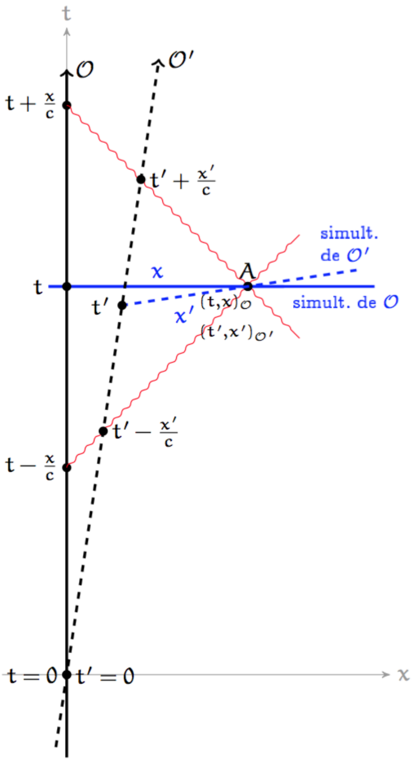
  - ⋆ Reemplazando:

$$\sqrt{\frac{1+v_{CA}/c}{1-v_{CA}/c}} = \sqrt{\frac{1+v_{CB}/c}{1-v_{CB}/c}}\sqrt{\frac{1+v_{BA}/c}{1-v_{BA}/c}}$$

  - ⋆ Despejando v_{CA} y simplificando

$$v_{CA} = \frac{v_{CB}+v_{BA}}{1+\frac{v_{CB}}{c}\frac{v_{BA}}{c}}$$

Minicurso sobre Cálculo K 11: Derivación de las transformaciones de Lorentz



⋆ Cálculo k

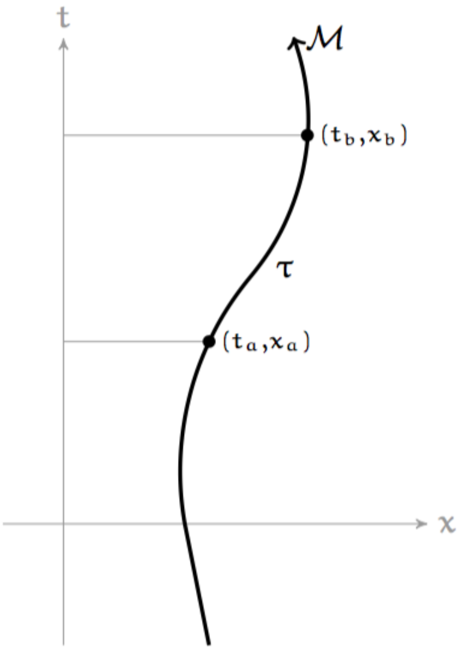
$$\begin{cases} t' - \dfrac{x'}{c} = k\left(t - \dfrac{x}{c}\right) \\[2ex] t + \dfrac{x}{c} = k\left(t' + \dfrac{x'}{c}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} t' = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k} + k\right) t + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k} - k\right)\dfrac{x}{c} \\[2ex] x' = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k} - k\right) ct + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{k} + k\right) x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{k} + k\right) = \dfrac{1+k^2}{k} = \cdots = \dfrac{2}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \\[2ex] \left(\dfrac{1}{k} - k\right) = \dfrac{1-k^2}{k} = \cdots = \dfrac{-2V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} t' = \dfrac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\, t - \dfrac{V/c^2}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\, x \\[2ex] x' = -\dfrac{V}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\, t + \dfrac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}\, x \end{cases}$$

Minicurso sobre Cálculo K 12: Tiempo propio de un movimiento no uniforme



- El tiempo propio de $\mathcal{M}$ es el tiempo registrado por un reloj que viaja a lo largo de la línea de universo de $\mathcal{M}$.

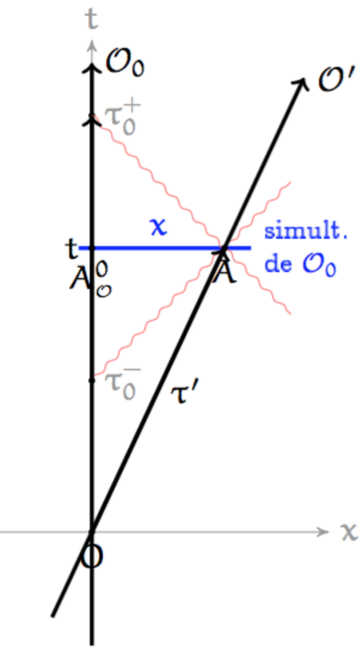
$$\tau = \int_{t_a}^{t_b} d\tau = \int_{t_a}^{t_b} \sqrt{1 - \frac{(\mathbf{v}(t))^2}{c^2}}\, dt$$

  ⋆ Análogamente, la longitud de una curva en el espacio ordinario mide la distancia recorrida a lo largo de esa curva

- Al final, la diferencia entre tiempo y espacio radica en un signo!

  ⋆ Salvo por ese signo, la geometría del espacio-tiempo es (estructuralmente) análoga a la del espacio ordinario

El teorema de 'Pitágoras' en el Espacio-Tiempo

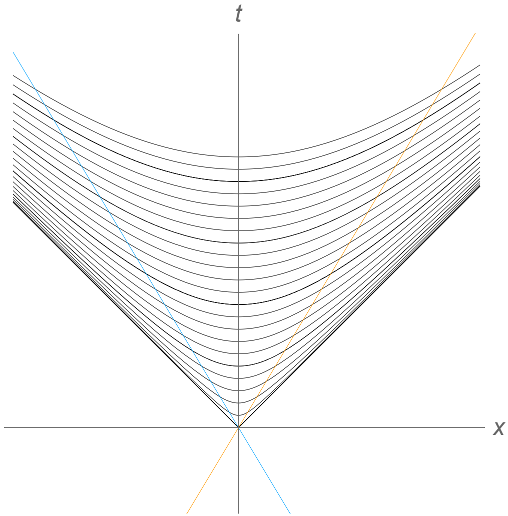


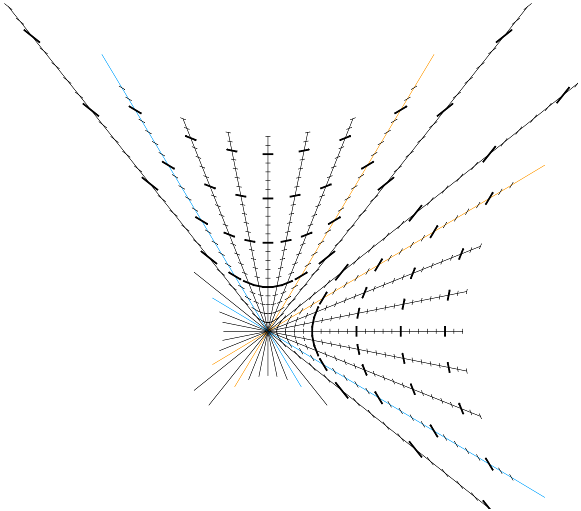
- En el Espacio-Tiempo, tenemos un triángulo de lados:
  - ⋆ t (género tiempo), según la línea de universo de $\mathcal{O}_0$
  - ⋆ x (género espacio), según la simultaneidad de $\mathcal{O}_0$
  - ⋆ τ' (género tiempo), según la línea de universo de $\mathcal{O}'$
- Estas tres cantidades están relacionadas por

$$\tau' = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\, t, \quad v = \frac{x}{t} t$$

  - ⋆ $$\tau'^2 = t^2 - \frac{1}{c^2} x^2$$
- Con la geometría descrita por esta métrica:
  - ⋆ Simultaneidad es ortogonalidad
  - ⋆ La relación puede verse como el 'Teorema de Pitágoras en el Espacio-Tiempo' para un triángulo ortogonal, de catetos t y x, e hipotenusa τ'.
  - ⋆ Vindicación de la analogía con la perspectiva en el Espacio Euclídeo
- Nótese el signo $-$ específico de la geometría del Espacio-Tiempo

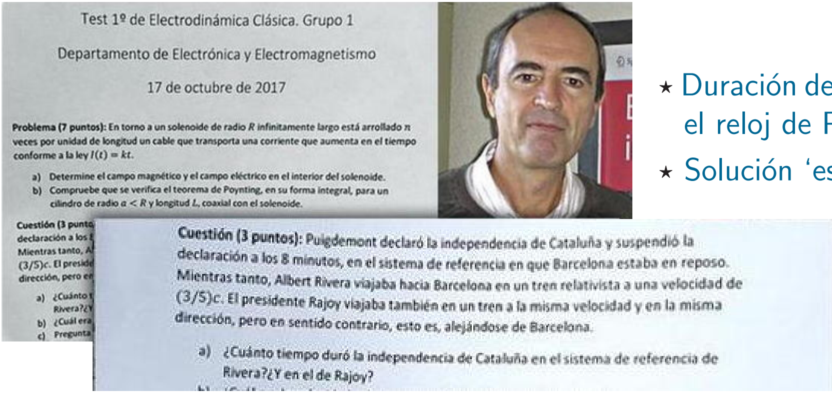
La 'escala' de duraciones/distancias en los mapas del Espacio-Tiempo





- Regla para leer las distancias en la geometría del espacio-tiempo
- Teorema de Pitágoras en el espacio-tiempo $\tau^2 = t^2 - \frac{1}{c^2}x^2$
  - ⋆ En el espacio-tiempo, $t^2 - \frac{1}{c^2}x^2$ puede ser positivo, negativo o nulo.

Un ejemplo analizado operacionalmente con todo detalle



Test 1º de Electrodinámica Clásica. Grupo 1

Departamento de Electrónica y Electromagnetismo

17 de octubre de 2017

Problema (7 puntos): En torno a un solenoide de radio R infinitamente largo está arrollado n veces por unidad de longitud un cable que transporta una corriente que aumenta en el tiempo conforme a la ley $I(t) = kt$.

a) Determine el campo magnético y el campo eléctrico en el interior del solenoide.

b) Compruebe que se verifica el teorema de Poynting, en su forma integral, para un cilindro de radio $a < R$ y longitud L, coaxial con el solenoide.

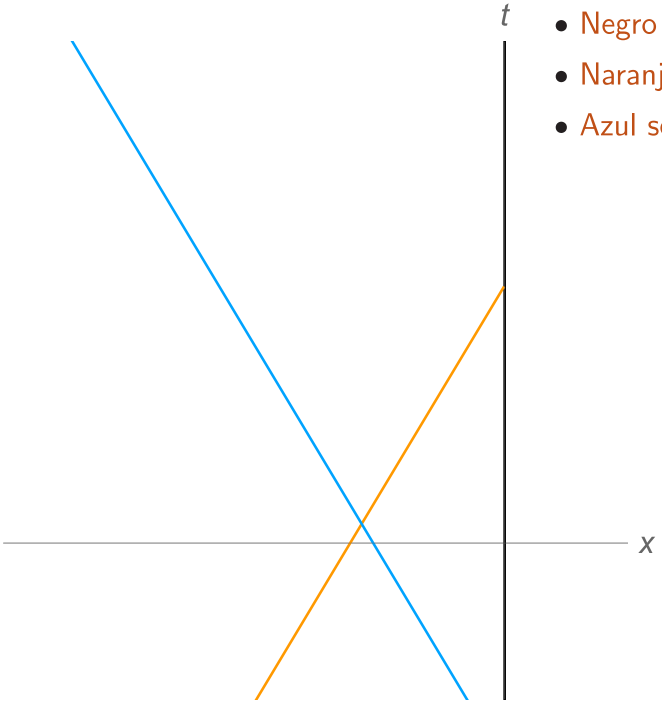
Cuestión (3 puntos): Puigdemont declaró la independencia de Cataluña y suspendió la declaración a los 8 minutos, en el sistema de referencia en que Barcelona estaba en reposo. Mientras tanto, Albert Rivera viajaba hacia Barcelona en un tren relativista a una velocidad de (3/5)c. El presidente Rajoy viajaba también en un tren a la misma velocidad y en la misma dirección, pero en sentido contrario, esto es, alejándose de Barcelona.

a) ¿Cuánto tiempo duró la independencia de Cataluña en el sistema de referencia de Rivera? ¿Y en el de Rajoy?

- ⋆ Duración del proceso medida por el reloj de Puigdemont T
- ⋆ Solución 'estereotipada':

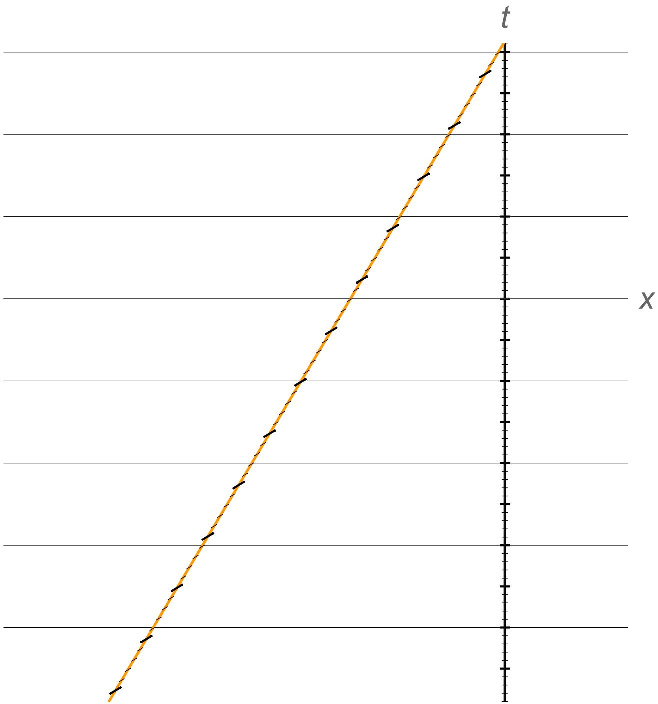
- ⋆ Duración τ del proceso 'en el SR' de Rivera τ. Relación $T = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\tau$
  - ✓ Para $T = 8s$, $\frac{v}{c} = \frac{3}{5}$
  - ✓ $\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}} 8\text{ s} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{9}{25}\right)}} 8\text{ s} = \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{25}}} 8\text{ s} = \frac{5}{4} 8\text{ s} = 10\text{ s}$ $\quad\tau = 10\text{ s}$
- ⋆ Duración τ del proceso 'en el SR' de Rajoy τ. Relación $T = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}\,\tau$
  - ✓ Para $T = 8s$, $\frac{v}{c} = -\frac{3}{5}$
  - ✓ $\tau = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{-3}{5}\right)^2}} 8\text{ s} = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{9}{25}\right)}} 8\text{ s} = \frac{1}{\sqrt{\frac{16}{25}}} 8\text{ s} = \frac{5}{4} 8\text{ s} = 10\text{ s}$ $\quad\tau = 10\text{ s}$

Las líneas de Universo de los observadores Negro, Naranja y Azul



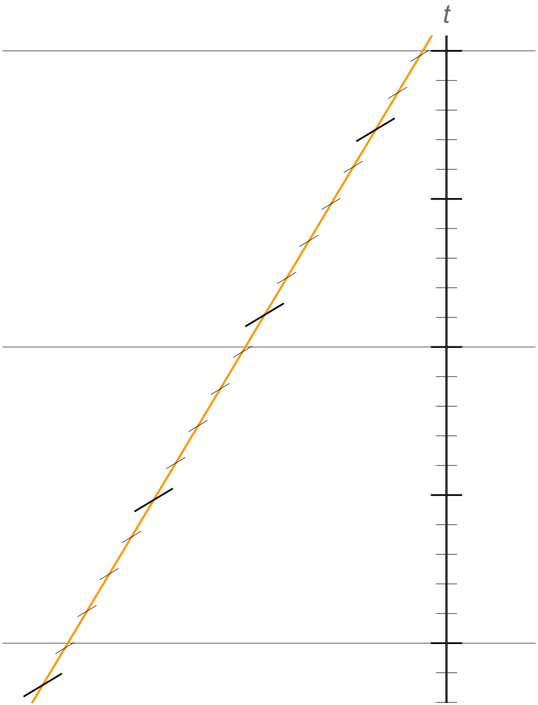
- Negro está en reposo
- Naranja se acerca, a velocidad $v = \frac{3}{5}c$
- Azul se aleja, a velocidad $v = -\frac{3}{5}c$

El tic-tac del reloj Naranja, comparado con el del reloj Negro



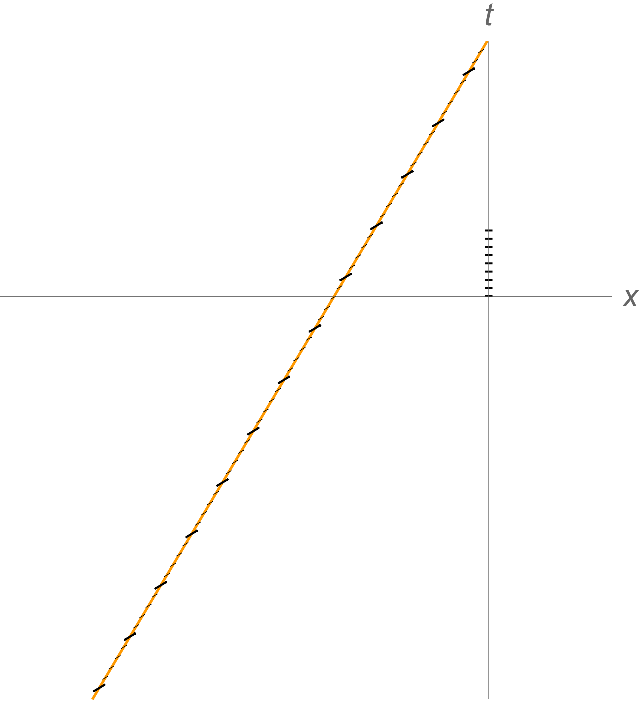
- Naranja y Negro tienen, cada uno su reloj
  - ⋆ Cada reloj registra solo tiempos a lo largo de su propia 'vida'
- Comparativamente, el reloj Naranja 'no marcha al mismo ritmo' que el negro
  - ⋆ Análogo a lo que ocurre con las distancias en el espacio ordinario
  - ⋆ Pero ahora, para la simultaneidad de Negro, la duración registrada por Naranja es menor que la de negro (al contrario de lo que pasaba con las distancias en el espacio ordinario)

El tic-tac del reloj Naranja, comparado con el del reloj Negro



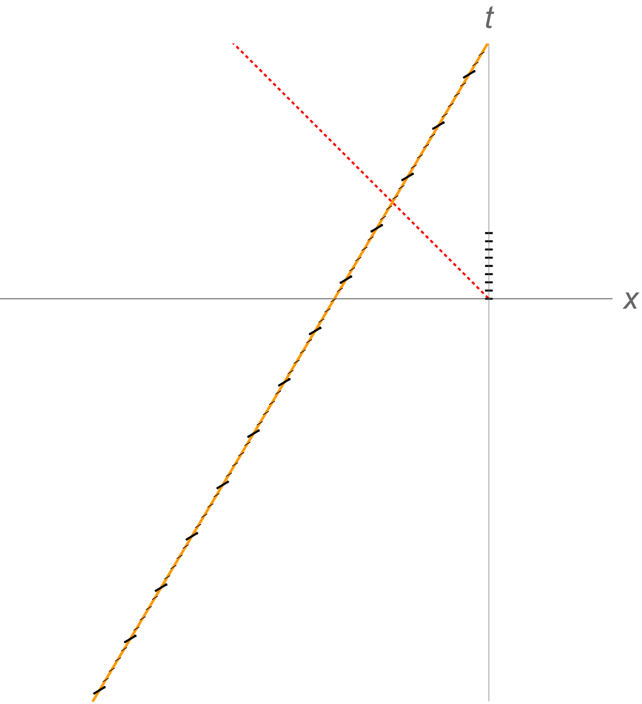
- ⋆ Un fragmento del diagrama anterior, ampliado
- ⋆ Por supuesto, se lee directamente que desde el punto de vista de la simultaneidad de Negro, mientras para Negro han transcurrido 10 s, para Naranja han transcurrido 8 s

El observador Naranja quiere saber cuanto ha durado el proceso



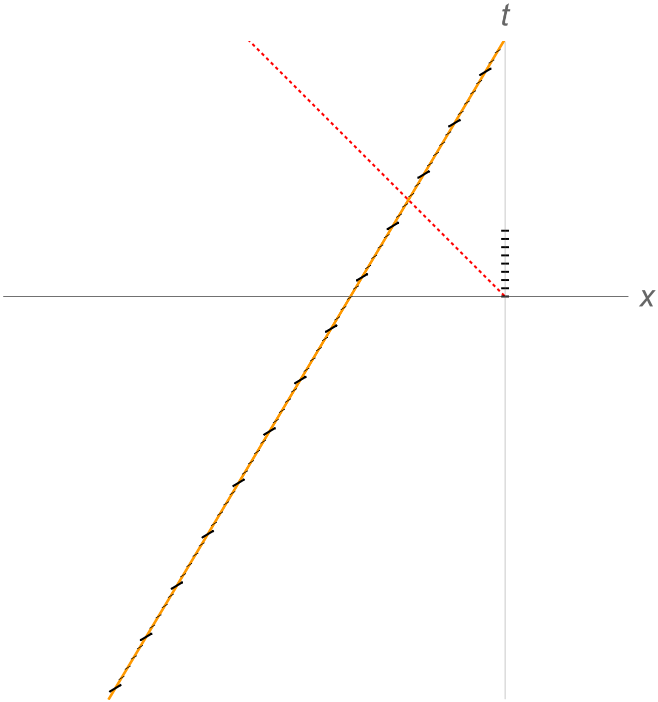
- El observador negro declara el inicio, y tras 8 s de su tiempo propio declara el final.
  - ⋆ Representados los tics del reloj de Negro en cada segundo de la duración del proceso
- ¿Puede Naranja 'inferir' cuanto ha durado ese proceso, usando su propio reloj?
  - ⋆ Directamente 'medir' no puede
    - ✓ Su reloj mide solamente duraciones a lo largo de su línea (naranja) de universo
  - ⋆ Tiene que diseñar algún procedimiento

Un procedimiento operacional para Naranja



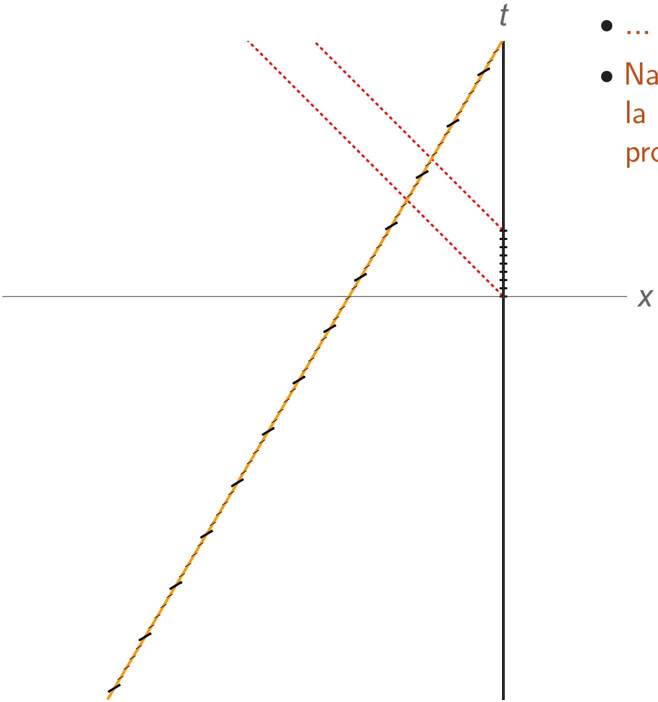
⋆ Naranja quiere ser autosuficiente y depender solo del equipamiento que lleva consigo. Al final (si es posible) no quiere depender de ninguna medida de tiempo hecha por Negro.

- Naranja propone a Negro que envíe un pulso electromagnético, 'luz') al inicio
- Esa señal alcanzará a Naranja en algún instante



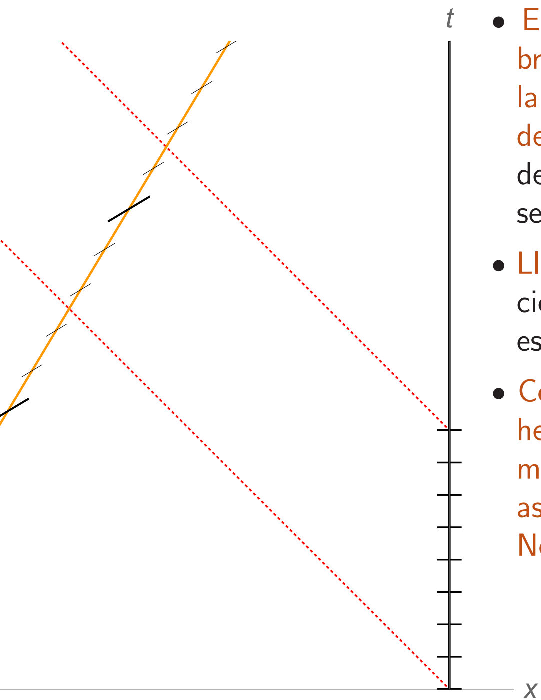
- Naranja tiene un detector de señales y puede leer su propio reloj al recibir el pulso enviado al inicio del proceso

Un procedimiento operacional para Naranja



- ... y otro pulso al final del proceso
- Naranja lee de nuevo su reloj al recibir la señal luminosa enviada al final del proceso

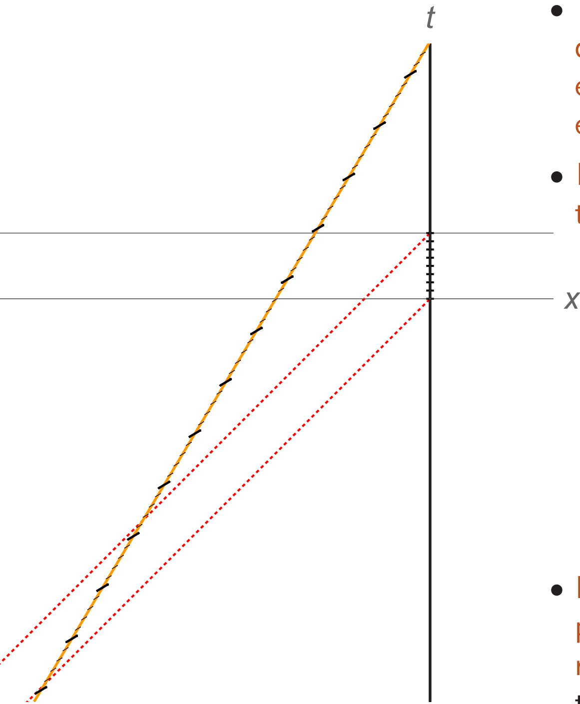
La ‘duración retardada’ del proceso, para Naranja



- El inicio y el fin del proceso no ocurren sobre la línea de universo de Naranja. Hablar de la 'duración del proceso para Naranja' requiere definición. El intervalo entre las dos lecturas del reloj de Naranja al recibir las dos señales sería una posible definición
- Llamémosla 'duración retardada' τ^+ La ‘duración retardada del proceso’ que registra Naranja es $\tau^+ = 4$ s
- Como Naranja no quiere depender de medidas hechas por Negro, Negro no le transmite información sobre el valor de T que él pudo medir, así que Naranja no puede saber (aún) que para Negro la duración propia fué $T = 8$ s

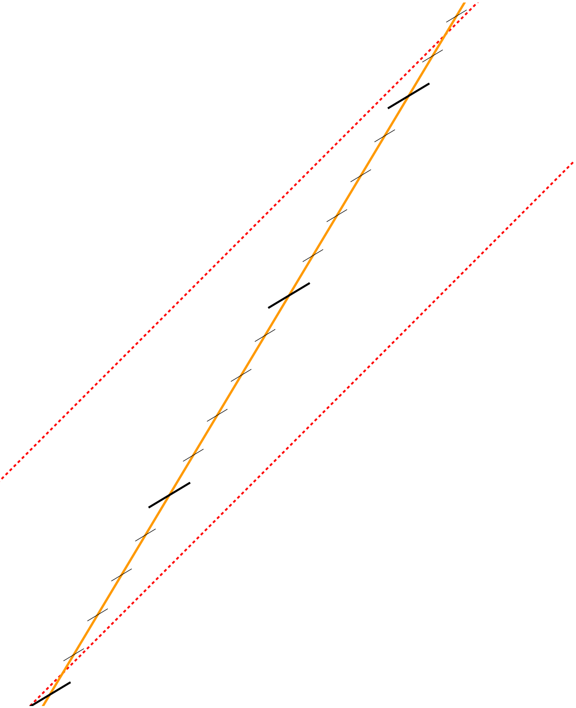
  ✓ Si los pulsos emitidos por Negro hubieran llevado codificado (radar) el instante de su emisión (medido por el reloj de Negro), entonces Naranja podría saber ya que para Negro la duración propia fué $T = 8$ s

La ‘duración avanzada’ del proceso, para Naranja



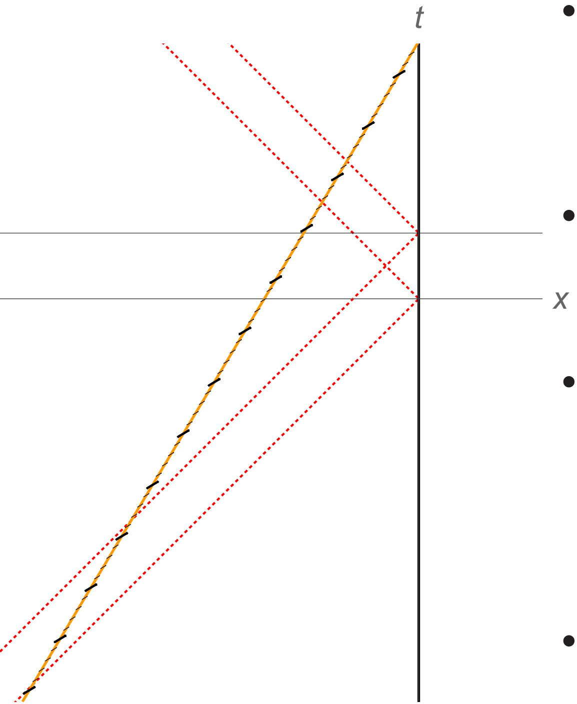
- Imaginemos que Negro tiene un receptor de pulsos de radar (que llevan codificado el instante en que se emitieron); al final esto será innecesario para Naranja
- Naranja lleva consigo su emisor y va emitiendo pulsos durante su viaje
  - ⋆ Negro puede leer (codificados en los pulsos de radar) los tiempos en los que Naranja emitió las señales que le llegan al inicio y final del proceso
  - ⋆ El intervalo τ^- entre esos dos instantes de emisión sería otra posible definición de la duración Llamemosla ’duración avanzada’ τ^- para Naranja
- En este caso es Negro quien, al recibir los pulsos de radar, sabe el valor τ^- pero Naranja aún no conoce ese valor. (Por la lectura de su propio reloj, Negro sabe también que para él $T = 8$ s

La ‘duración avanzada’ del proceso, para Naranja



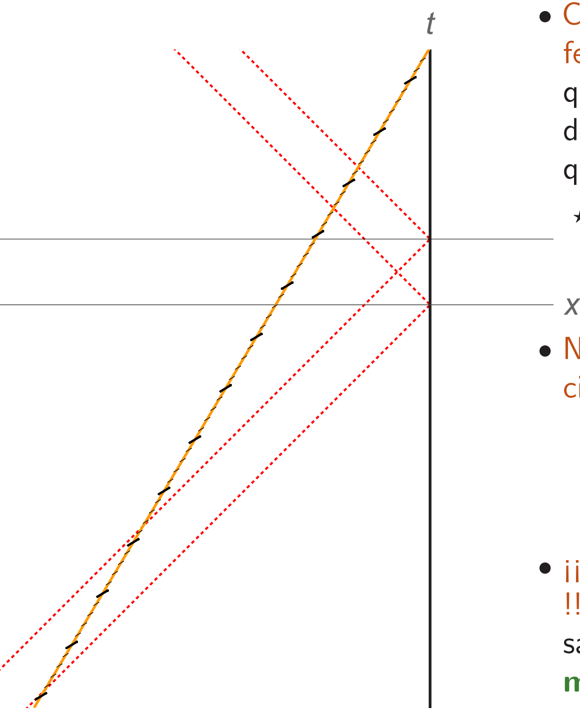
- Con esa definición se lee en el diagrama: $\tau^{-} = 16$ s
- Negro sabe que el valor τ^{-} para Naranja fue $\tau^{-} = 16$ s, pero Naranja aún no conoce ese valor. (Por la lectura de su propio reloj, Negro sabe también que para él la duración fué $T = 8$ s pero para Naranja esa información no está disponible y lo que se pretende es que Naranja llegue a inferirla)
- ¿Cómo hacer llegar la información $\tau^{-} = 16$ s que ahora tiene Negro a Naranja?

¿Cómo hacer llegar la información $\tau^- = 16$ s a Naranja?



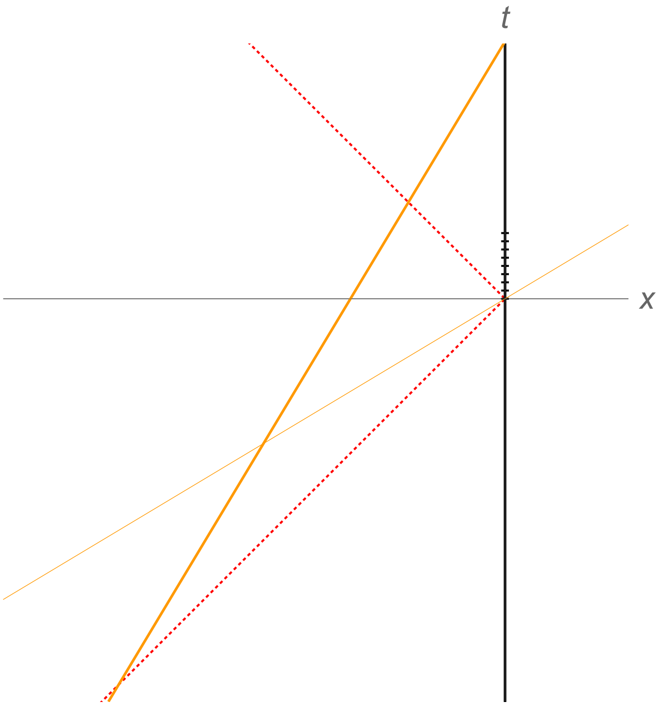
- Hay una manera. Basta con que Negro haga rebotar precisamente en el inicio y en el final del proceso Negro, las señales recibidas de Naranja que contienen codificados los instantes de su emisión
- Así Naranja recibe la información $\tau^- = 16$ que completa con la $\tau^+ = 4$ s que lee directamente en su propio reloj al recibir los dos pulsos rebotados
- Así que la información de la 'duración del proceso' de que dispone Naranja (tras recibir los dos pulsos) se resume en dos valores:
  - ⋆ Duración 'avanzada' $\tau^- = 16$ s
  - ⋆ Duración 'retardada' $\tau^+ = 4$ s
- Nótese que ahora esos pulsos de radar no transmiten ninguna información (directa) sobre el tiempo de Negro En Negro simplemente rebotan

El reloj de Negro es prescindible



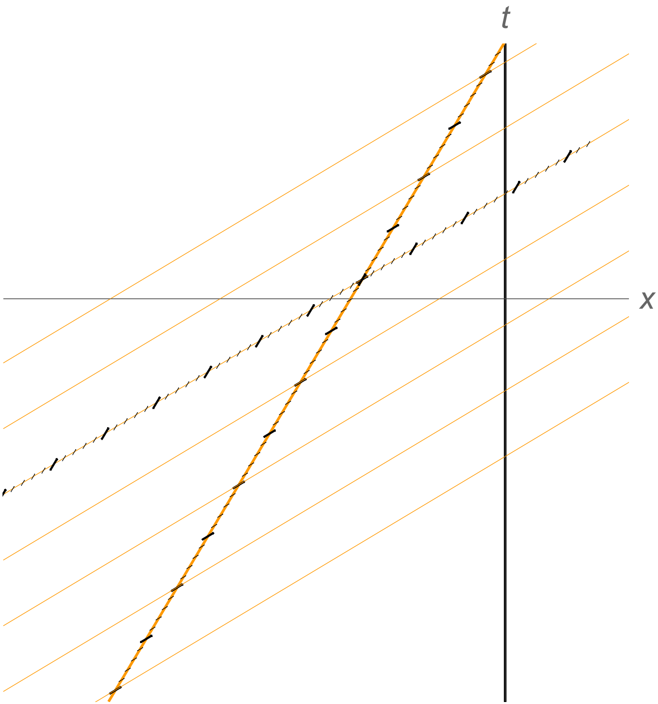
- Con los datos que tiene, ¿puede Naranja inferir el valor de T? (que sería la duración que Negro habría medido .... de haber tenido reloj? (Nosotros sabemos, off the record, que $T = 8$ s)
  - ⋆ Las cantidades que Naranja lee directamente 'en su reloj' son
    - ✓ $\tau^- = 16$ s, $\tau^+ = 4$ s
- Nótese que $\tau^-\tau^+ = T^2$. ¿Es ésto una coincidencia o es un resultado exacto?
  - ✓ !' Es un resultado exacto !
  - ✓ Ejercicio: Demostrar usando cálculo k (se demuestra en una línea)
- ¡¡ No es necesario que Negro tenga un reloj !! Usando solo esa relación Naranja puede saber la duracion del proceso que **habría medido Negro de haber tenido reloj**
  - ⋆ $T = \sqrt{\tau^-\tau^+} = \sqrt{64\,\text{s}^2} = 8$ s

Definiendo la simultaneidad para Naranja



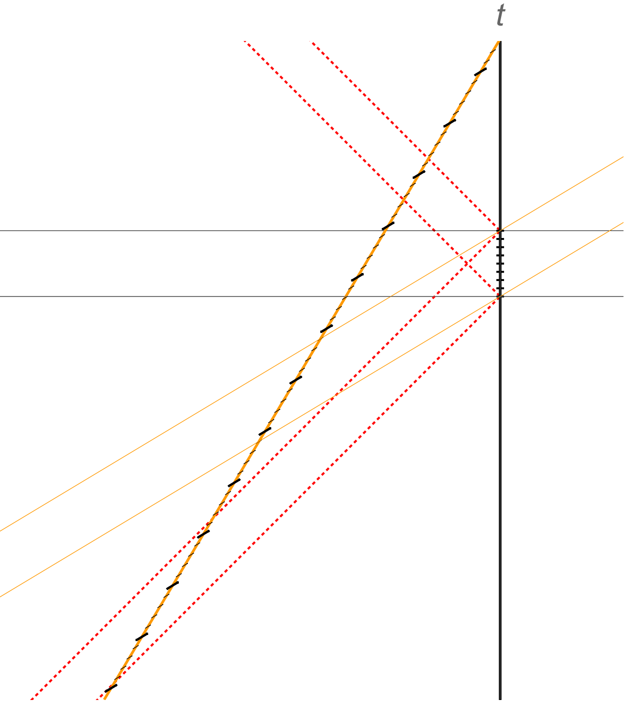
- Definición de Einstein
  - ⋆ Representada por la linea naranja delgada

El Espacio-Tiempo como espacio de Naranja a lo largo del tiempo de Naranja



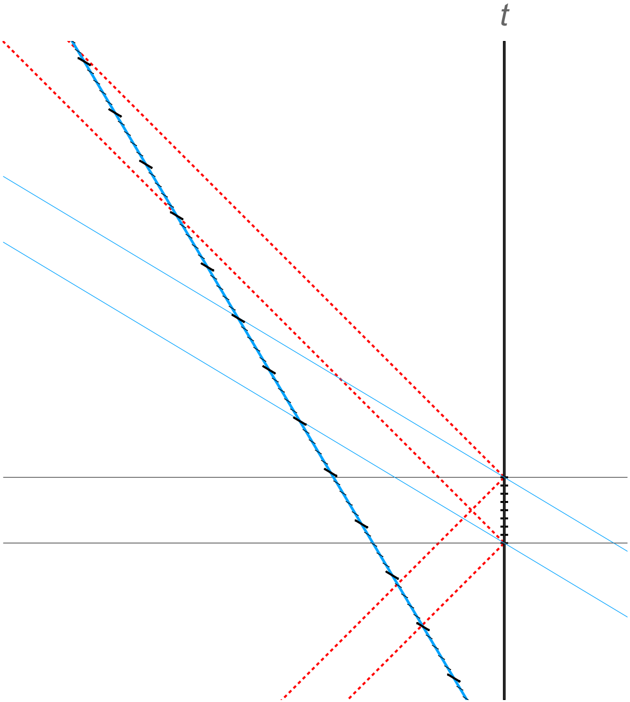
- La simultaneidad de Naranja no es la simultaneidad de Negro
- En éste diagrama representamos la regla espacial en el 'espacio en un instante dado' de Naranja.
  - ⋆ Al igual que las marcas del reloj de Naranja indican (en el Espacio-Tiempo) las direcciones de simultaneidad relativas a Naranja, las marcas de la regla indican las direcciones de simulocación con respecto a Naranja
- Es interesante notar que en el enfoque operacional descrito antes, en ningún momento se emplean medida de distancia

Sucesos en la 'vida' de Naranja simultáneos con el inicio y el fin del proceso



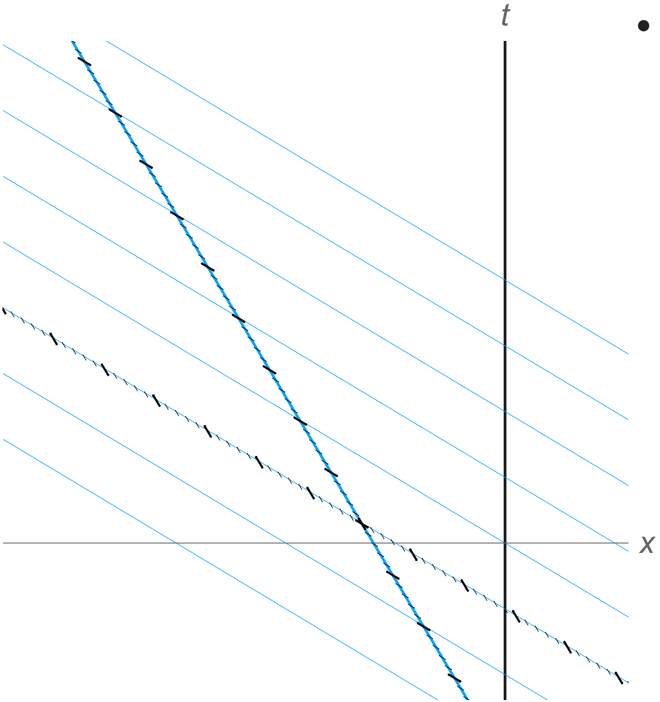
- La definición de simultaneidad de Einstein sugiere definir la **duración** τ 'inferida' por Naranja entre los dos sucesos inicio y el fin del proceso como la duración registrada por Naranja entre los sucesos en la 'vida' de Naranja simultáneos con ellos
- La **duración** τ medida por Naranja entre esos dos sucesos es el promedio de las duraciones retardada y avanzada
  - ⋆ $\tau = \dfrac{\tau^+ + \tau^-}{2}$ ¡Demostrar!
- Como $\tau^- = 16$ s, $\tau^+ = 4$ s, resulta $\tau = 10$ s
  - ⋆ Coincide con el valor de la 'duración del proceso' para Naranja que dimos al principio

Y ¿qué pasa con el observador Azul?



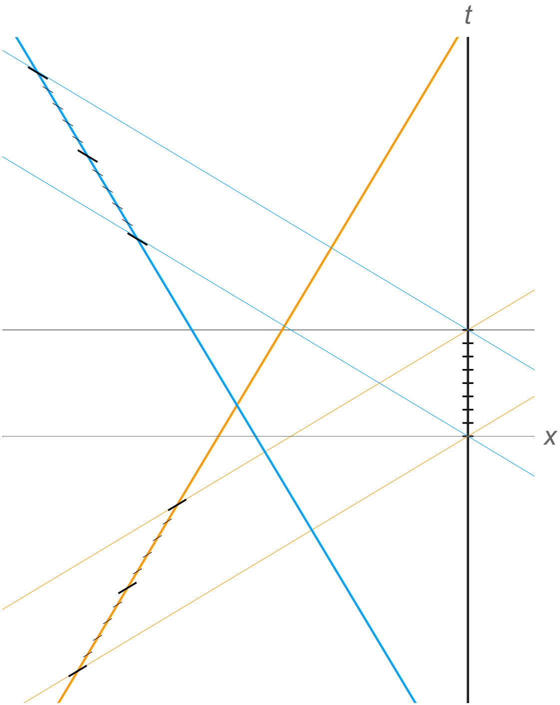
- Mismo esquema
  - ⋆ $\tau^+ = 16$ s, $\tau^- = 4$ s
- $\tau^-\tau^+ = T^2$.
- Azul puede saber cuanta fué la duración del proceso para negro:
  - ⋆ $T = \sqrt{\tau^-\tau^+} = \sqrt{64\,\mathrm{s}^2} = 8$ s
- Duración τ 'inferida' por Azul es la duración registrada por el reloj de Azul entre los sucesos simultáneos . . .
  - ⋆ $\tau = \dfrac{\tau^+ + \tau^-}{2}$
- Como $\tau^- = 4$ s, $\tau^+ = 16$ s, resulta $\tau = 10$ s

El Espacio-Tiempo como el espacio de Azul a lo largo del tiempo de Azul



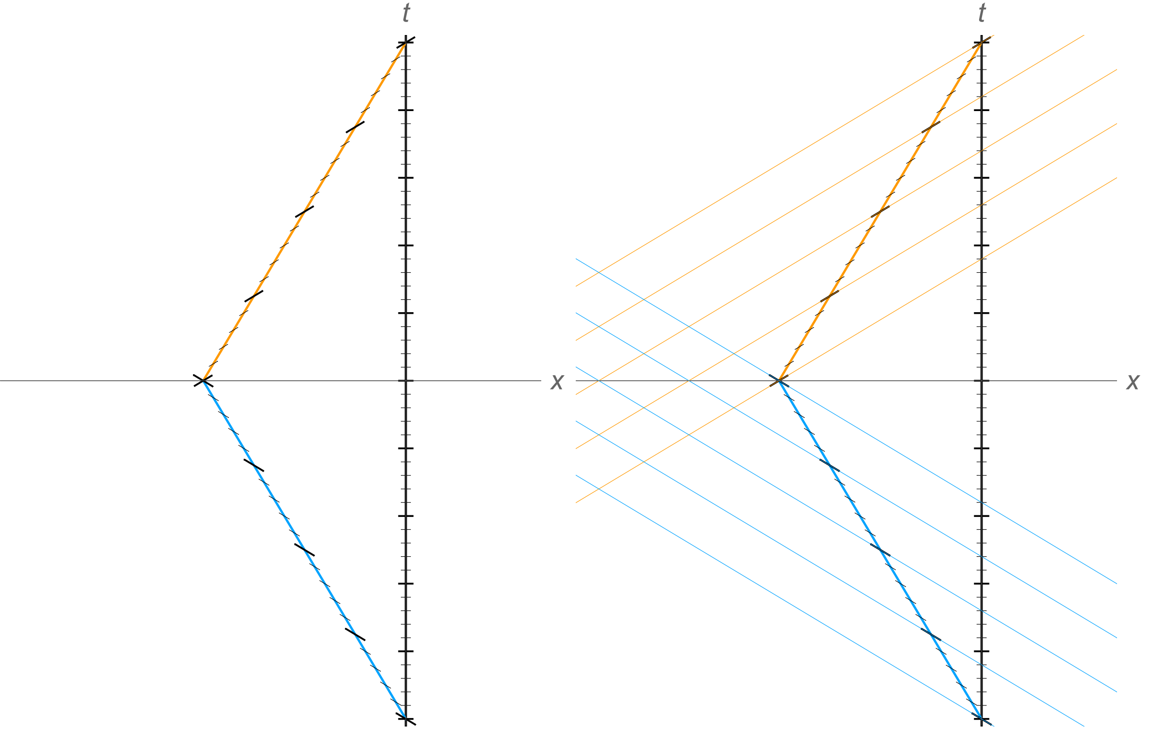
- La simultaneidad de Azul no es la simultaneidad de Negro ni la de Naranja
  - ⋆ Las marcas del reloj de Azul indican (en el Espacio-Tiempo) las direcciones de simultaneidad relativas a Azul, las marcas de la regla indican las direcciones de simulocación con respecto a Azul

Resumen: Las duraciones del proceso, para Negro, Naranja y Azul

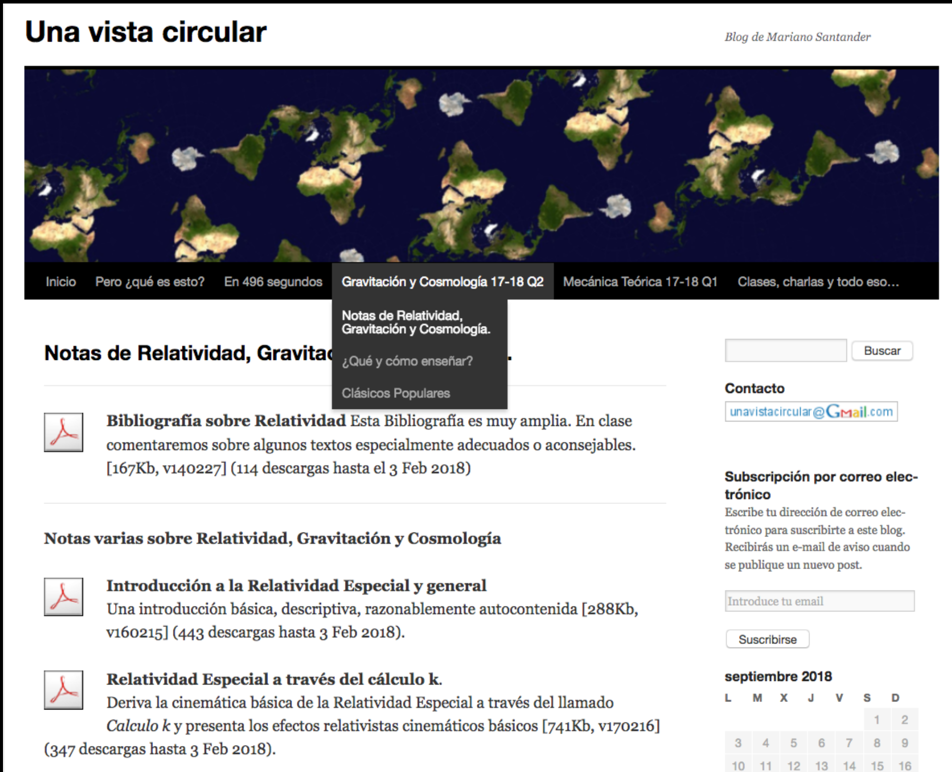


- Duración del proceso Negro $T = 8$ s
  - ⋆ Negro puede obtener este valor midiendo con su reloj
  - ⋆ Azul y Naranja pueden inferirla del protocolo experimental descrito
    - ✓ En los tres casos, el valor es el mismo: OK, ¡se trata de una cantidad absoluta!
- Las duraciones de los intervalos temporales para Naranja y para Azul que son simultáneos con el proceso son
  - ⋆ Para Naranja, $\tau = 10$ s
  - ⋆ Para Azul, $\tau = 10$ s
  - ⋆ Naranja y Azul pueden obtener esas cantidades, e inferir $T = 8$ s, disponiendo solamente de su propio reloj, y de un sistema de emisión y recepción de señales de radar

La paradoja de los Gemelos, analizada desde este punto de vista



www://unavistacircular.wordpress.com mariano.santander@uva.es



Una vista circular

Blog de Mariano Santander

Inicio | Pero ¿qué es esto? | En 496 segundos | Gravitación y Cosmología 17-18 Q2 | Mecánica Teórica 17-18 Q1 | Clases, charlas y todo eso…

Notas de Relatividad, Gravitación y Cosmología.

¿Qué y cómo enseñar?

Clásicos Populares

Notas de Relatividad, Gravitac…

Bibliografía sobre Relatividad Esta Bibliografía es muy amplia. En clase comentaremos sobre algunos textos especialmente adecuados o aconsejables. [167Kb, v140227] (114 descargas hasta el 3 Feb 2018)

Notas varias sobre Relatividad, Gravitación y Cosmología

Introducción a la Relatividad Especial y general
Una introducción básica, descriptiva, razonablemente autocontenida [288Kb, v160215] (443 descargas hasta 3 Feb 2018).

Relatividad Especial a través del cálculo k.
Deriva la cinemática básica de la Relatividad Especial a través del llamado *Calculo k* y presenta los efectos relativistas cinemáticos básicos [741Kb, v170216] (347 descargas hasta 3 Feb 2018).

Buscar

Contacto

unavistacircular@Gmail.com

Subscripción por correo electrónico

Escribe tu dirección de correo electrónico para suscribirte a este blog. Recibirás un e-mail de aviso cuando se publique un nuevo post.

Introduce tu email

Suscribirse

septiembre 2018

L	M	X	J	V	S	D
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16